

## 5 M<sub>⊙</sub> KÜTLELİ H-He YILDIZINDA RADYAL TİTREŞİMLER.

HALİL KIRBIYIK

ODTÜ Fizik Bölümü , 06531 , Ankara.

### 1.Giriş

Iben(1971) ve Christy(1972) yıldızlardaki salınımları anlamak için evrimlerini anlamının gerekliliğine işaret etmiştir.

Birinci kuşak yıldızların yapı ve evrimleri ilk kez Ezer ve Cameron(1971) tarafından ele alınmıştır. Daha sonra başkaları da bu konuda çalışmıştır(Cary, 1974). 5 M<sub>⊙</sub> kütleli H-He yıldızının evrimi Eryurt-Ezer ve Kızıloğlu(1985) tarafından ele alınmış ve bu yıldızların Galaksimizin kimyasal yapısına katkıları tartışılmıştır.

Evrendeki helyumun büyük patlama ile oluşmuş olabileceği fikrinin kuvvetlenmesi (Truran ve diğ.,1965; Cameron ve Truran, 1971) ve 3K arka fon radyasyonunun keşfedilmesi (Penzias ve Wilson, 1965) birinci kuşak yıldızlarını daha da önemli kılmıştır.

Anakol yıldızlarında titreşimsel kararsızlık için kritik kütlelerin varlığı uzun zamandır bilinmektedir(Ledoux, 1941, Schwarzschild ve Harm, 1959). Bu limit saf hidrojen yıldızı için 280 M<sub>⊙</sub> (Boury,1963) ve saf helyum yıldızları için ise 9 M<sub>⊙</sub> (Boury ve Ledoux, 1965 ; Noels, 1967) olarak bulunmuştur. Sonradan kritik kütle üzerine pek çok çalışma yapılmış (Stothers ve Simon, 1970; Noels ve Masereel, 1982; Noels ve Magain, 1984) ve yıldızlardaki salınımlar incelenmiştir. İbrahim ve arkadaşları (1981) H-He anakol yıldızlarında titreşimsel kararsızlık kütlelerini araştırmışlar ve

123 M<sub>o</sub> olarak bulmuşlardır.

Modelimizin özellikleri bölüm 2 de verilmektedir. Bölüm 3 de radyal adyabatik salınımlar ve titreşimsel kararsızlık ele alınmakta ve sonuçlar bölüm 4 te sunulmaktadır.

## 2. Model

Kimyasal yapısı X=0.8 ve Z=0 olan 5 M<sub>o</sub> kütleli bir model yıldızın salınımları incelendi. Modelin evrim hesapları Eryurt-Ezer ve Kızıloğlu (1985) tarafından yapılmıştır. Model helyum anakolu üzerinde bulunmaktadır. Özellikleri Tablo I de görülmektedir.

Tablo I

Modelin Özellikleri.  $q_{cc}$  konvektif çekirdekteki ke-sirsel kütle miktarı.

$\frac{M}{M_o}$	Yc	logTc	log $\rho_c$	$q_{cc}$	$\beta_c$	$\xi_c/\xi$	log L/L <sub>o</sub>	logT <sub>e</sub>
5	0.998	8.063	4.154	0.008	0.996	2.782(4)	3.366	4.415

Parantez içindeki sayı 10'un üssü anlamındadır.

## 3. Radyal Adyabatik Salınımlar ve Titreşimsel Kararsızlık.

Radyal adyabatik salınımlar, lineer rejimde Ledoux ve Walraven(1958) tarafından tanımlanmıştır. Radyal adyabatik salınımları idare eden denklemler şöyledir:  
(Schwarzschild ve Harm, 1959; Ledoux, 1969)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\delta p}{p} \right) = - \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \left( \frac{\delta p}{p} + \left( 4 + \frac{\omega^2 x^3}{q} \right) \frac{\delta r}{r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\delta r}{r} \right) = - \frac{1}{x} \left( 3 \frac{\delta r}{r} + \frac{\delta p}{p} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\delta P}{P} = \Gamma_1 \frac{\delta \rho}{\rho} \quad (3)$$

Burada  $X = r/R$ ,  $q = m/M$  ve boyutsuz frekans  $W = (\sigma^2 / GM/R^3)^{1/2}$ .  $G$  çekim sabiti,  $M$  toplam kütle ve  $R$  yüzey yarıçapıdır. Salınım periyodu  $P = 2\pi/\sigma$  ve  $\sigma$  salınımın frekansıdır. Dış sınır koşulu şöyledir (CoX, 1980)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\delta r}{r} \right) = \frac{\delta r}{r} \frac{\omega^2 \beta - (3\Gamma_1 - 4\beta) + 12(\Gamma_3 - 1)(1 - \beta)}{\Gamma_1 - 4(\Gamma_3 - 1)(1 - \beta)} \quad (4)$$

$\beta$  gaz basıncının toplam basınca oranı, ve  $\Gamma_1$  ve  $\Gamma_3$  ise her zamanki anlamdadır.

(4) nolu denklemdeki sınır şartına bağlı olarak (1) - (3) nolu denklemler  $\delta r/r$ ,  $\delta \rho/\rho$  ve  $\delta P/P$  için çözülüyor. Integrasyonda Runga-Kutta metodu kullanılıyor.  $W^2$ , denklem sisteminin özdeğeri olarak ele alınıyor. Çözüm bulunduktan sonra, denklem (4) ü sağlayıp sağlamadığına bakılıyor. Tutarlı bir çözüm bulununcaya kadar iterasyon devam ettiriliyor.

Kararsızlığı yaratan yıldızın derinliklerindeki nükleer enerjidir. Salınımlar yıldızın dış katmanlarında sönmeye uğrarlar. Pertürbasyonun şekli  $\exp(i\sigma t - \sigma' t)$  gibi ise, titreşimsel kararlılık katsayısı,  $\sigma'$ , şöyle bulunur (Boury ve diğ., 1975)

$$-(2\sigma^2 I) \sigma' = \int_0^{M_a} \left( \frac{\delta T}{T} \right) \delta \left( \epsilon_N - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{F} \right) dm, \quad (5)$$

$$I = \int_0^{M_a} r^2 \left( \frac{\delta r}{r} \right)^2 dm. \quad (6)$$

Ma adyabatikliğin son bulduğu kütle limitini göstermektedir. Bu nokta ise şu bağıntı ile tayin edilmektedir: (Scuflaire ve diğ. 1976)

$$\left| \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{\delta P}{P} \right| = \left| \frac{1}{\sigma C_p T} \left( \delta \epsilon_N - \delta \left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{F} \right) \right) \right| \quad (7)$$

$C_p$  sabit basınçta öz ısıdır. Nükleer enerjinin Lagrange varyasyonunun statik değeri kullanılmıştır.

Konveksiyonun etkisi Gabriel ve arkadaşlarında (1975) olduğu gibi düşünülmüştür. Işıma gücündeki varyasyon şöyle verilmektedir.

$$\frac{\delta L_r}{L_r} = (4 - \kappa_T) \frac{\delta T}{T} - \kappa_p \frac{\delta p}{p} + 4 \frac{\delta r}{r} + \frac{\frac{d}{dr} \left( \frac{\delta T}{T} \right)}{\frac{d \ln T}{dr}}, \quad (8)$$

$$\kappa_T = \left( \frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln T} \right)_p \quad \text{ve} \quad \kappa_p = \left( \frac{\partial \ln \kappa}{\partial \ln p} \right)_T$$

$\kappa$ 'nın ortalama molekül ağırlığına bağlılığı ihmal edilmiştir.

#### 4. Sonuçlar ve Tartışma

Sonuçlar Tablo II de verilmiştir. Temel "mode" da ve birinci ve ikinci harmonik te salınımların özellikleri görülmektedir.

Tablo II

Temel " mode " da, birinci ve ikinci harmonikte radyal salınımların özellikleri. Modelimiz 5  $M_{\odot}$  H-He yıldızı.

Mode	f	1H	2H
$\xi_c / \bar{g}$	$2.782 \times 10^4$		
$\omega^2$	9.76	18.83	30.98
$\sigma^2$	$1.394 \times 10^{-6}$	$2.690 \times 10^{-6}$	$4.426 \times 10^{-6}$
$P(s)$	$5.321 \times 10^3$	$3.831 \times 10^3$	$2.987 \times 10^3$
$\sigma'(s^{-1})$	$9.560 \times 10^{-9}$		
$ \sigma' ^{-1}(\text{yıl})$	33		
$(\delta r/r)_s / (\delta r/r)_c$	$5.845 \times 10^2$	$-2.52 \times 10^3$	$6.080 \times 10^3$

Titreşimsel kararlılık katsayısı sadece temel mode için hesaplandı.  $\sigma'$ 'nin negatif olması kararsızlığı göstereceğinden bizim modelimiz kararlı bulunmuştur, çünkü Tablo II de görüldüğü gibi  $\sigma'$  pozitiftir ve salınımın periyodu da temel mode için, bir günden daha kısadır. Tablodan anlaşılacağı gibi adyabatik salınımların periyodu, temel mode'dan ikinci harmoniğe doğru gittikçe, kısalmaktadır. Diğer yandan  $(\delta r/r)_s / (\delta r/r)_c$  genlik oranının büyüklüğü ikinci harmonikte en büyük olmaktadır.

Teşekkür: 5  $M_{\odot}$  kütleli H-He yıldızının evrim modelini bana sağladıkları için Sayın Prof.Dr. D.Eryurt ve Dr. N.Kızıloğlu'na teşekkür ederim.

- Boury, A.: 1963 , Mem. Soc. Roy. Sci. Liege, 8, fasc. 6.
- Boury, A. and Ledoux, P.: 1965, Ann. Astrophys. 28, 353-356
- Boury, A. Gabriel, M., Noels, A., Sucflaire, R. and  
Ledoux, P.: 1975, Astron. Astrophys. 41, 279-285.
- Cameron, A.G.W. and Truran, J.W.: 1971, Astrophys. Space  
Sci. 14 , 179.
- Cary, M.: 1974, Astrophys. Space Sci. 31, 3.
- Christy, R.F. : 1972, in Hong Yee Chiu and Amador Muriel  
(ed.s) , Stellar Evolution, M.I.T. Press,  
Cambridge, Mass. P.173.
- Cox, J.P.: 1980, Theory of stellar Pulsations, P.80,  
Princeton univ. Press, Princeton, New Jersey.
- Eryurt-Ezer, D. and Kızıloğlu, N.: 1985, Astrophys. and  
space Sci. 117, 95-109
- Ezer, D. and Cameron, A.G.W.: 1971, Astrophys. Space Sci.  
14, 399.
- Gabriel, M. Scuftaire, R., Noels, A. and Boury, A.: 1975  
Astron. Astrophys. 40, 33-39.
- Iben, I. Jr.: 1971, Publ. Astron. Soc. Pacific, 83, 697.
- İbrahim, A. Boury, A., and Noels, A.: 1981, Astron. Astrophys.  
103, 300.
- Ledoux, P.: 1941, Astrophys. J. 94, 537.
- Ledoux, P., and walraven, T.H.; 1958, Hdb. der Phys. 51, 353.

- Ledoux, P.: 1969, XIe Cours de Perfectionnement de L'Association Vaudoise des chercheurs en Physique, saas-Fee, 24-29, Mars .
- Noels, A.: 1967, Ann. Astrophys. 30, 349-350.
- Noels, A. and Masereel, C.: 1982, Astron. Astrophys. 105 293-295
- Noels, A. and Magain, E.: 1984, Astron. Astrophys. 139, 341-343.
- Penzias, A.A. and Wilson, R.W.: 1965, Astrophys. J. 142, 419.
- Schwarzschild, M. and Harm, R.: 1959, Astrophys. J. 129, 637.
- Scuflaire, R., Noels, A., Gabriel, M. and Boury, A.: 1976, Astrophys. Space Sci. 39, 463-475.
- Stothers, R. and Simon, N.R.: 1970, Astrophys. J. 160, 1019-1029.
- Truran, J.W., Hansen, C.J. and Cameron, A.G.W.: 1965, Canad. J. Phys. 43, 1616.

