

Y456 Oph ÖRTEN ÇİFT YILDIZININ FOTOMETRİK ANALİZİ

Selim SELAM

Osman DEMİRCAN

A.Ü. Fen Fakültesi Astronomi ve Uzay Bil. Böl.
Beşevler - ANKARA

Özet :

Bu çalışmada Y456 Oph yakın çift yıldızının 1973 ve 1974 yılları arasında Ege Üniversitesi Gözlemevi'nde yapılan minimum gözlemlerinin birleştirilmesinden elde edilen iki renk ışık eğrisi ile A.Ü. Ahlatlıbel Gözlemevi'nde yapılan gözlemlerden elde edilen iki renk ışık eğrisi, sistem parametrelerinin bulunması amacı ile küresel model kabulleri altında ayrı ayrı analiz edilmiştir. Analizde örtülme fonksiyonu olarak yıldız disklerinin "cross-correlation" fonksiyonu kullanılmıştır. Analiz sonucunda yıldıza ilişkin parametreler,

$$r_1 = 0.250 \pm 0.0027$$

$$i = 89^\circ.836 \pm 0^\circ.1510$$

$$L_2 = 0.373 \pm 0.0097$$

$$r_2 = 0.236 \pm 0.0060$$

$$L_1 = 0.627 \pm 0.0097$$

bulunmuştur. Çözümlerde A5 tayf türü anakol yıldızlarına ait $u_V = 0.52$ ve $u_B = 0.66$ doğrusal kenar kararına katsayıları kullanılmıştır.

1. Giriş :

Y456 Oph (BD +08° 3814) çift yıldızı ilk kez fotografik olarak Kapko tarafından 1949 yılında gözlenmiş ve elde edilen fotografik ışık eğrisi vasıtası ile algol türü, parçalı tutulma gösteren bir örtün çift olduğu bulunmuştur (GCYS

1958,1969). Kapko'nun gözlemlerine dayanarak GCYS 1958,1969 da verilen ışık elemanları

$$\text{Min I} = \text{Hel J.D. } 2428422.341 + 1^d.015986E$$

şeklindedir. Bu tarihten sonra 1973 yılına kadar Y456 Oph 'un literatürde gözlemine rastlanmamıştır. Daha sonra minimum zamanlarını belirlemek amacı ile Ege Üniv. Gözlemevi'nde 1973 yılında 2 gece, 1974 yılında 1 gece, BY filtrelerinde fotoelektrik olarak gözlenmiştir. Elde edilen minimum zamanları şöyledir (Kızılırmak ve Pohl 1974,1975) :

$$\text{Min I} = \text{Hel J.D. } 2441897.534 \text{ ve } 2441951.383$$

$$\text{Min II} = \text{Hel J.D. } 2442239.410$$

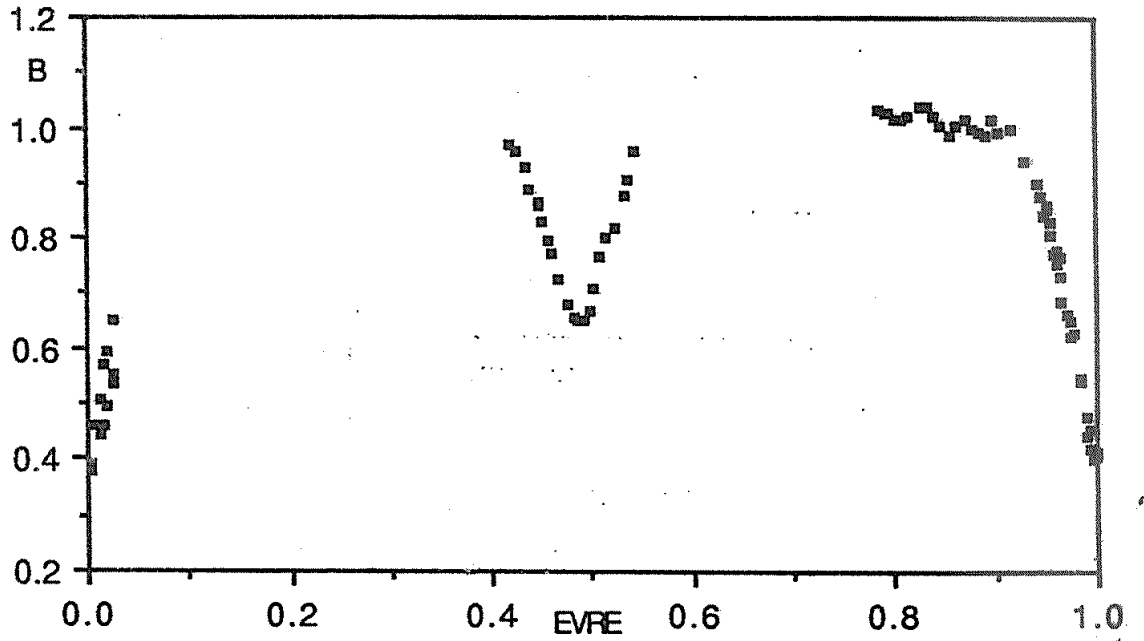
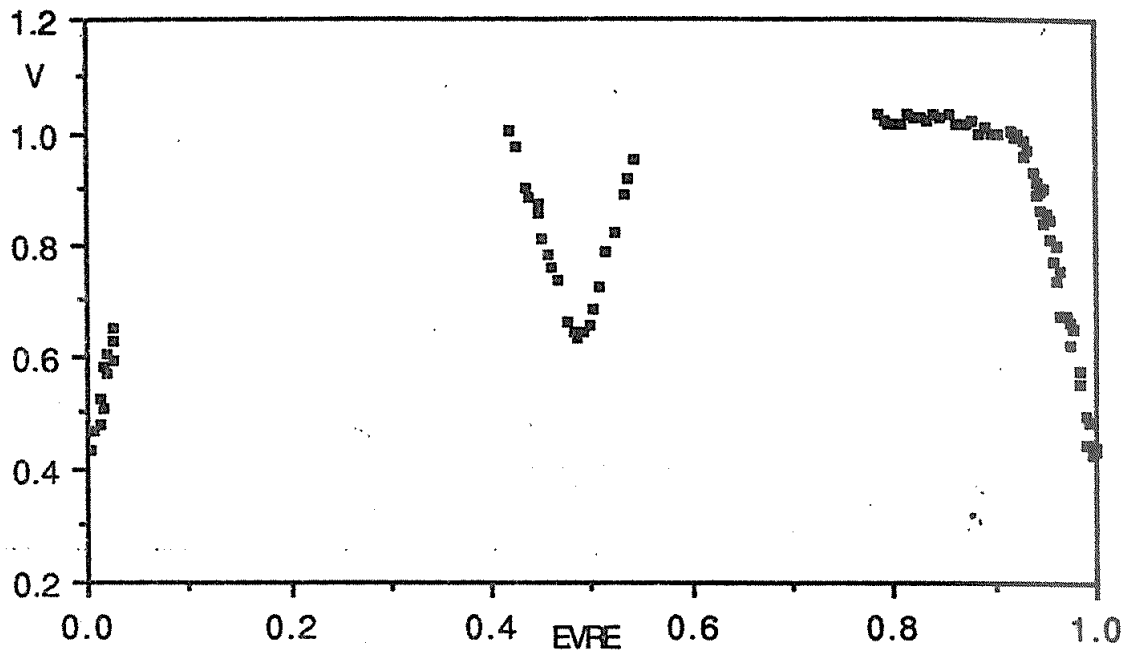
Daha sonra Diethelm (1981) yeni ışık elemanlarını, Ege Üniversitesinde yapılan gözlemlerden yararlanarak,

$$\text{Min I} = \text{Hel J.D. } 2441897.532 + 1^d.0159996E$$

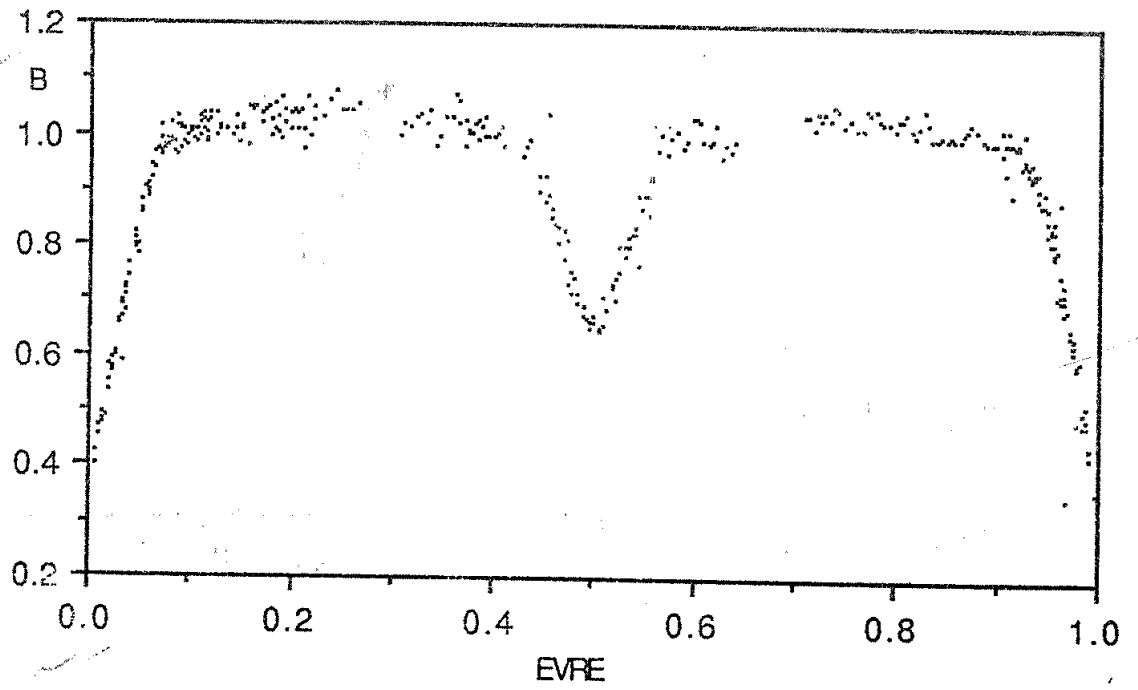
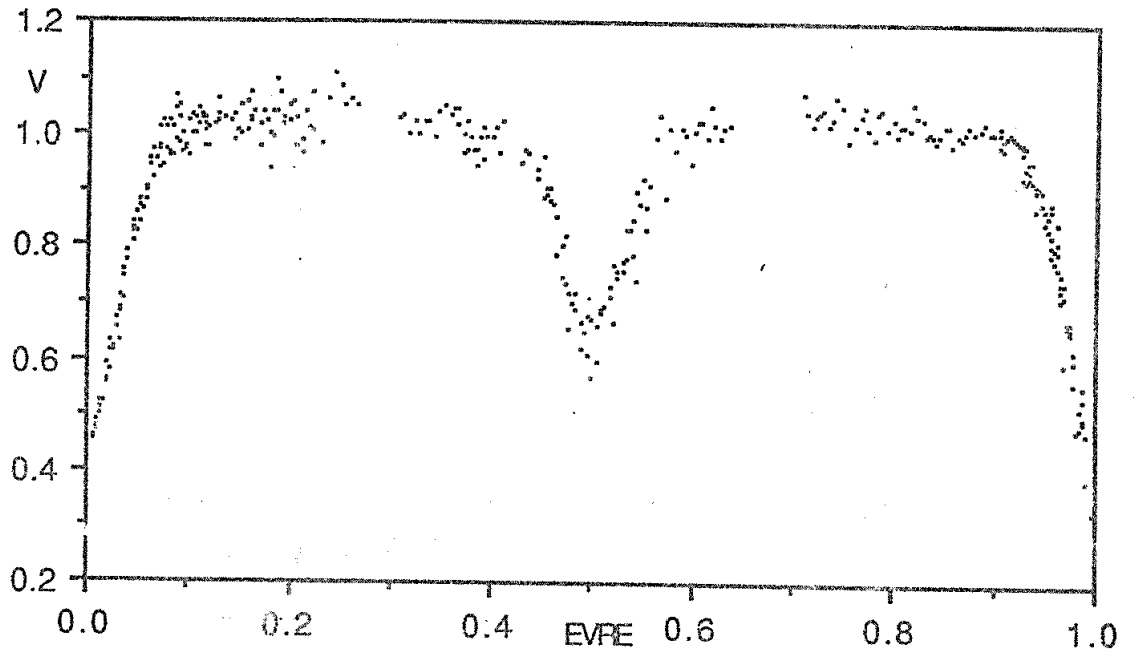
olarak yayınlamıştır. Bu çalışmada Diethelm' in ışık elemanları kullanılmıştır. Y456 Oph çifti son olarak 2 Temmuz 1988-19 Ağustos 1988 tarihleri arasında A.Ü. Ahlatlıbel Gözlemevi'nde BY filtrelerinde 11 gece gözlenmiştir. Bu gözlemler sonucunda yıldızın iki renk fotoelektrik ışık eğrisi, ilk kez tam olarak elde edilmiştir. Gözlemlerde mukayese yıldızı olarak BD +08° 3824 , denet yıldızı olarak BD +08° 3813 kullanılmıştır. Sisteme ilişkin her iki gözleminde elde edilen iki renk ışık eğrisi Şekil 1 ve 2 de yer almaktadır.

2. Analiz Yönteminin Genel Tanımı :

Analizde, her iki renkteki ışık eğrisinin I. ve II.min çıkış kolları üzerine fit edilen 5. dereceden bir polinoma ait 10 gözlem noktası ele alınmıştır. Evrenin fonksiyonu olarak ışık şiddetini ifade eden bu noktalar için genel olarak $Q(\theta_n)$, $n= 1,2,\dots,10$ yazılabilir. Burada $Q(\theta_n)$ ler sistemin tutulmalar dışındaki



Şekil 1. E.Ü. Gözlemevi'nde B ve V renginde yapılan minimum gözlemlerinden elde edilen ışık eğrileri



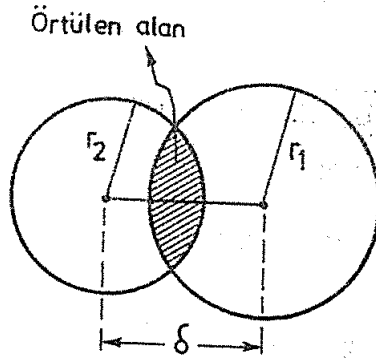
Şekil 2. A.Ü. Ahlatlıbel Gözlemevi'nde B ve V renginde elde edilen ışık eğrileri

maksimum ışık şiddetine normalize edilmiş ışık şiddetleridir. Bu noktalar yardımı ile sistemde tutulma etkisi ile, gözlemsel ve kuramsal ışık değişimi farkı

$$F(\theta_n) = \alpha(\theta_n) - 1 + L_1 \alpha(\theta_n, r_1, r_2, i, u_1) = 0 \quad (1)$$

şeklinde 10 denklemlilik bir doğrusal olmayan denklem takımı ile ifade edilmektedir. Burada θ_n ler evre, L_1 örtülen bileşenin ışım gücü, r_1 ve r_2 bileşenlerin kesirsel yarıçapları (aralarındaki uzaklık cinsinden), i yörünge eğimi, u_1 örtülen bileşenin kenar kararına sabiti, α ise yıldız disklerinde tutulmalar sırasında örtülen alan miktarını temsil eden tutulma fonksiyonudur. Tutulma fonksiyonuna ilişkin geniş açıklama bölüm 3'dedir. Bu denklem takımı, doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümünde kullanılan "Dik-İniş (Steepest Descent)" yöntemi ile çözümlenerek, sisteme ilişkin L_1, r_1, r_2, i parametreleri bulunmuştur. Dik iniş yöntemi ile ilgili detaylar bölüm 4'te yer almaktadır.

3. Yıldız Disklerinin Tutulma Fonksiyonu :



Şekil 3. Ayrık çift yıldız sistemlerinde tutulmanın geometrik yapısı

Küresel biçimli iki yıldızdan oluşan ayrık örten çift yıldızların toplam gözlenen ışığında tutulma nedeniyle sönümlenme miktarı, bileşen yıldızların fiziksel ve geometrik parametrelerine bağlı olarak değişir ve bu değişim

$$\alpha(r_1, r_2, L_1, L_2=1-L_1, i, u_1) \quad (2)$$

şeklinde ifade edilen tutulma fonksiyonu ile hesaplanır. Bu tür sistemlerde tutulmanın geometrik yapısı şekil 3 de olduğu gibidir. Burada parametrelere ilişkin 1 indisi tutulma sırasında örtülen bileşene aittir. r_1 ve r_2 bileşenlerin kesirsel yarıçapları, i yörünge eğimi, L_1 örtülen bileşenin kesirsel ışınım gücü, u_1 ise örtülen bileşenin kenar kararına sabitidir. δ ise bileşenlerin gökyüzü düzlemi üzerindeki görüntü merkezleri arasındaki uzaklık olup

$$\delta = (\sin^2\theta \sin^2i + \cos^2i)^{1/2} \dots\dots\dots(3)$$

şeklinde yörünge eğimine ve evre açısına bağlıdır. r_1 , r_2 ve δ parametreleri bileşenler arası gerçek ayırıklık birim alınarak ifade edilirler.

Herhangi bir evrede sistemden yayımlanan toplam ışık,

$$Q = L_1 + L_2 - L_1\alpha \dots\dots\dots(4)$$

şeklinde yazılır. Burada $L_1 + L_2$ örten ve örtülen bileşenlerin ışınım güçleri toplamıdır ve tutulmalar dışındaki değeri birim alır. $L_1\alpha$ ise tutulmadan dolayı ışık kaybını temsil eder. Burada α tutulma fonksiyonu,

$$\alpha = \sum_{h=0}^m C^{(h)} \alpha_h \dots\dots\dots(5)$$

şeklinde bir seri ile ifade edilir. Doğrusal kosinüs kenar kararına yasası için $m=1$ alınır. Bu durumda seriye ait kenar kararına terimleri, u_1 örtülen bileşenin kenar kararına sabiti olmak üzere,

$$C^{(0)} = (3-3u_1)/(3-u_1) , C^{(1)} = 3u_1/(3-u_1) \dots\dots\dots(6)$$

dir. Herhangi bir evrede α nın değeri bilinirse) sistemde tutulmadan dolayı ışık kaybı hesaplanabilir.

Bu çalışmada α tutulma fonksiyonunun Kopal (1977) tarafından önerilen ve programlamaya daha yatkın yeni biçimleri kullanılmıştır. Buna göre

α fonksiyonu , bileşen yıldızların diskleri üzerindeki parlaklık dağılımının fourier transformlarının "büküm (convolution) integrali" şeklinde ifade edilir. Böylece tutulmadan dolayı kesirsel ışık kaybı,

$$\alpha_n^0 = 2^\nu \Gamma(\nu) b \int_0^\infty (ay)^{-\nu} J_\nu(ay) J_1(by) J_0(cy) dy \quad (7)$$

şeklinde a, b ve c gibi üç parametreye bağlı olarak ifade edilir. Burada

$$a = r_1/(r_1+r_2) , b = 1-a = r_2/(r_1+r_2) , c = \delta/(r_1+r_2) \quad \text{dir.}$$

Pratikte α_n^0 , (7) ifadesinin seriye açılımının terim terim integrasyonu ile,

$$\alpha_n^0 = b^2 \Gamma(\nu) (1-c^2)^{\nu+1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! (\nu + 2n + 2)}{(n+1) \Gamma(\nu + n + 1)} [R_n^{(1,\nu)}(a)]^2 R_n^{(1+\nu,0)}(c^2) \quad (8)$$

şeklinde bulunur. Bu formülde $\nu = (h+2)/2$, R ler ise kaymış Jacobi polinomlarıdır. Serinin katsayılarının ve kaymış Jacobi polinomlarının hesabında kullanılan ardışık tekrar formülleri için bkz. Demircan (1978).

4. Doğrusal Olmayan Denklem Takımlarının

Çözümünde Dik İniş Yöntemi :

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad , \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

şeklinde doğrusal olmayan n denklemden oluşan takım,

$$s(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 \quad (10)$$

şeklinde bir s fonksiyonu haline getirilir. Bu ikinci dereceden bir fonksiyondur ve (9) denklemini sağlayan x_1, x_2, \dots, x_n değerleri s fonksiyonunu minimum hale getirirler. Bunun terside doğrudur, yani s fonksiyonunu minimum yapan x_1, x_2, \dots, x_n değerleri (9) denklemini sağlarlar.

Verilen s fonksiyonunun ∇s gradyeni, yönü fonksiyonun en büyük değişim yönü olan ve değeri

$$\nabla s = \begin{pmatrix} \frac{\partial s}{\partial x_1} \\ \frac{\partial s}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial s}{\partial x_n} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ile belirlenen bir vektördür. Bu yöntemde problem s fonksiyonunun minimumunu bulmak olduğundan, s fonksiyonunun değişim hızının en küçük olduğu yönde, yani gradyeninin ters yönünde çözüme yaklaşmak gerekir. O halde çözüme bir X_0 vektörü tarafından belirlenen $P_0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ noktasından başlayarak,

$$Y_0 = -\nabla s(X_0) \dots\dots\dots (12)$$

vektörü boyunca hareket edilerek varılabilir. Eğer g_0 ile Y_0 vektörünün boyu tanımlanırsa, yani

$$g_0 = \| Y_0 \| = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial s}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial s}{\partial x_n} \right)^2 \right] X_0} \dots\dots\dots (13)$$

ve u birim vektörü

$$u = Y_0 / g_0 \dots\dots\dots (14)$$

şeklinde tanımlanırsa, Y_0 vektörü üzerinde alınan bir $P_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ noktasının yeri bir t uzunluk parametresi yardımıyla

$$t \cdot u \dots\dots\dots (15)$$

olarak bulunur. P_0 ve P_1 noktaları arasındaki vektörün elemanları,

$$\begin{cases} x_1^1 - x_1^0 \\ x_2^1 - x_2^0 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n^1 - x_n^0 \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

olarak belirlendiğine göre bu son iki ifade birleştirilip vektör şeklinde yazılırsa,

$$X_1 = X_0 - (t/g_0) \cdot \nabla s(X_0) \dots\dots\dots (17)$$

ifadesi veya genel olarak,

$$X_{k+1} = X_k - (t/g_k) \cdot \nabla s(X_k) \dots\dots\dots (18)$$

ardışık tekrar formülü bulunur. Bu formülde t parametresi başlangıçta 1 olarak alınır. Eğer P_1 noktası minimum yönünde değilse, yani $s(P_1) < s(P_0)$ değilse, $t = t/2$ alınarak işlemlere ardışık olarak devam edilir. Eğer $s(P_1)$ in sayısal değeri belli bir limitten daha küçük olursa (analizde bu limit gözlem duyarlılığı olarak alınmıştır.) iterasyona son verilir ve $s(P_1)$ fonksiyonuna ilişkin $P_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ noktası denklem takımının çözüm noktası olur. Çözüm noktasına ilişkin $x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1$ parametrelerinin hataları şöyle belirlenmiştir: Her bir iterasyondaki parametre değerlerinin bir önceki iterasyondaki değerlerinden farkı alınmıştır. İterasyon sayısı kadar farkın kareleri toplanmıştır ve bu toplamın karekökü iterasyon sayısına bölünmüştür. Yani hatalar bir ölçüde basit standart hata tanımına uymaktadır. Bu yöntemin detayları için bkz. Aktaş, Üncül, Ural(1981).

5. Analizde Parametrelerin Girdi ve Çıktı Değerleri :

A1-Naimiy'nin (1978) kenar kararlar tablolarından A5Y tayf türü için Y ve B renginde kenar kararlar sabitleri,

$$u_1(Y)=0.52 \quad , \quad u_1(B)=0.62 \text{ olarak bulunmuştur.}$$

Her iki renkteki ışık eğrilerinin I. ve II. min kollarına fit edilen 5. derece polinomlardan seçilen 10 eyreye (θ) karşılık 10 gözlem noktası ($\varrho(\theta)$) Çizelge 1 de verilmiştir. Bu veriler gözlemsel ışık eğrisini temsil etmektedir. Şekil 4 te örnek olarak 2 fit polinomu görülmektedir.

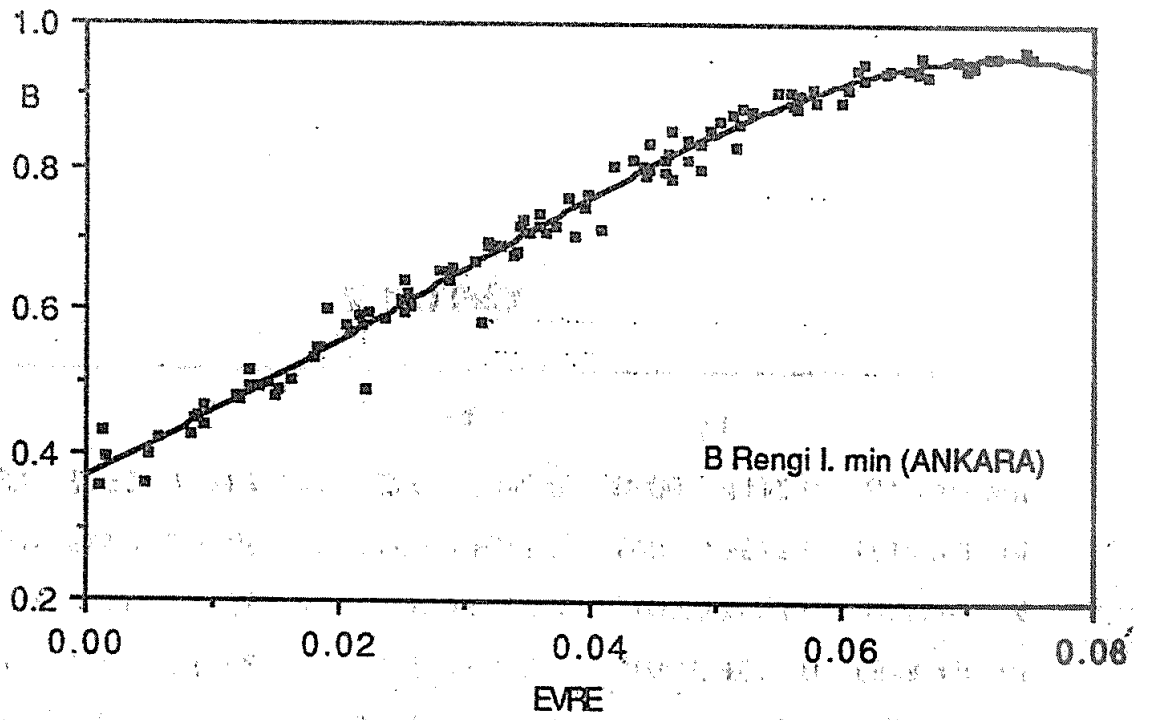
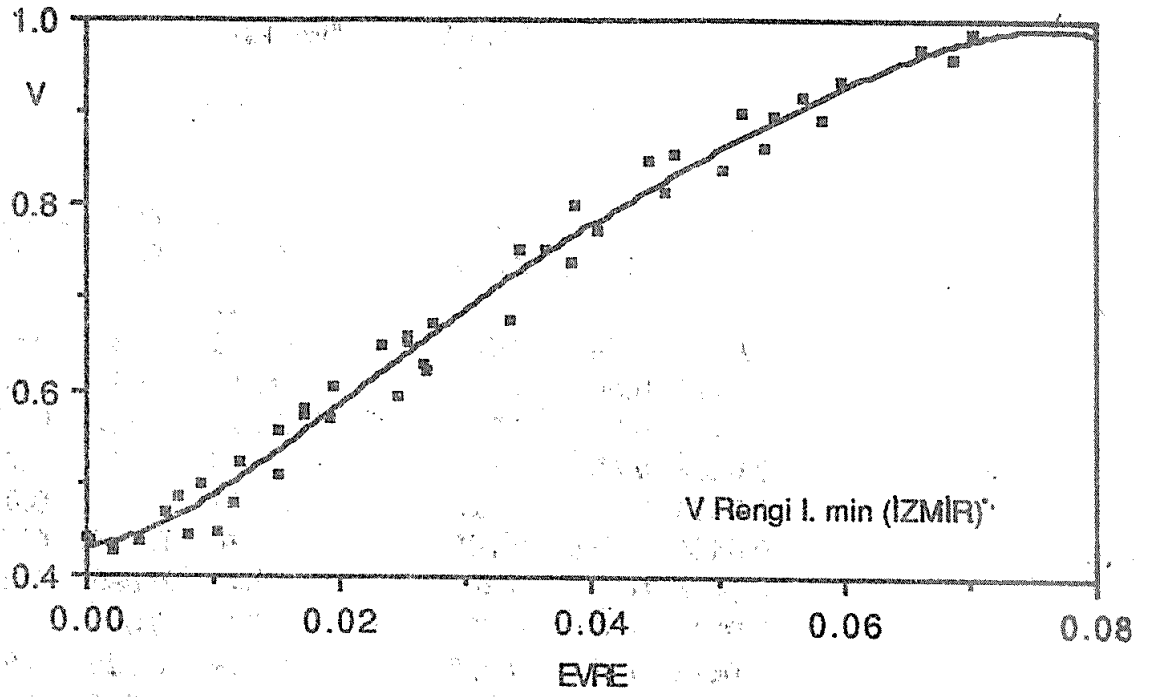
Parametrelerin girdi değerleri olarak,

$$r_1=0.2 \quad r_2=0.2 \quad i=70^\circ \quad L_1=0.65$$

alınmıştır. Analiz sonucunda ulaşılan çıktı değerleri hatalarıyla beraber Çizelge 2 de verilmiştir. Birinci ve ikinci minimumlardan elde edilen ve sonuçları Çizelge 2 de verilen sekiz ayrı çözümden bulunan ortalama değerler Çizelge 3 'te verilmiştir.

ÇİZELGE 1

ANKARA					
I. MIN			II. MIN		
θ	$\varrho(\theta)_Y$	$\varrho(\theta)_B$	θ	$\varrho(\theta)_Y$	$\varrho(\theta)_B$
0.005	0.46	0.414	0.505	0.674	0.663
0.0121	0.504	0.48	0.51	0.683	0.677
0.0192	0.569	0.549	0.515	0.7	0.701
0.0263	0.645	0.621	0.52	0.723	0.731
0.0334	0.722	0.693	0.525	0.753	0.763
0.0405	0.792	0.763	0.53	0.786	0.793
0.0476	0.849	0.827	0.535	0.82	0.822
0.0547	0.893	0.883	0.54	0.852	0.849
0.0618	0.922	0.925	0.545	0.882	0.873
0.068	0.939	0.949	0.55	0.906	0.895



Şekil 4. Analizde kullanılan fit polinomlarına ilişkin iki örnek

ÇİZELGE 1 (Devamı)

İZMİR					
I. MİN			II. MİN		
θ	$\varrho(\theta)_V$	$\varrho(\theta)_B$	θ	$\varrho(\theta)_V$	$\varrho(\theta)_B$
0.005	0.449	0.427	0.505	0.639	0.651
0.0121	0.505	0.49	0.511	0.663	0.678
0.0192	0.576	0.57	0.517	0.702	0.721
0.0263	0.65	0.65	0.523	0.746	0.764
0.0334	0.72	0.722	0.529	0.79	0.801
0.0405	0.783	0.785	0.536	0.829	0.833
0.0476	0.84	0.84	0.542	0.865	0.862
0.0547	0.892	0.887	0.548	0.897	0.894
0.0618	0.937	0.925	0.554	0.928	0.928
0.0689	0.972	0.942	0.56	0.962	0.959

ÇİZELGE 2

	r_1	r_2	i	L_1
İzm I.min(V)	0.241± 0.0020	0.240± 0.0029	88° 707± 0° 2647	0.596± 0.0016
İzm II.min(V)	0.246± 0.0067	0.218± 0.0048	89° 999± 0° 8353	0.638± 0.0028
İzm I.min(B)	0.253± 0.0011	0.239± 0.0015	89° 999± 0° 2775	0.622± 0.0006
İzm II.min(B)	0.240± 0.0015	0.248± 0.0011	89° 999± 0° 1911	0.620± 0.0007
Ank I.min(V)	0.248± 0.0010	0.245± 0.0018	89° 991± 0° 1771	0.589± 0.0010
Ank II.min(V)	0.262± 0.0034	0.200± 0.0025	89° 999± 0° 4288	0.680± 0.0015
Ank I.min(B)	0.250± 0.0012	0.248± 0.0018	89° 996± 0° 3191	0.619± 0.0007
Ank II.min(B)	0.261± 0.0032	0.252± 0.0023	89° 999± 0° 3989	0.650± 0.0014

ÇİZELGE 3

	r_1	r_2	i	L_1
ORTALAMA	0.250 ± 0.0027	0.236 ± 0.0060	$89^\circ.836 \pm 0^\circ.1510$	0.627 ± 0.0097

Kaynaklar :

- Aktaş, Z., Öncül, H., Ural, S., 1981, Sayısal Çözümleme Cilt I.
Al-Naimiy, H.M., 1978, Astrophys. Space Sci., 53, 181.
Demircan, O., 1978, Ph. D. Thesis, The Univ. of Manchester.
Diethelm, R., 1981, BBSAG Bull. No:57.
Kızılırmak, A., Pohl, E., 1974, IBVS No:937.
Kızılırmak, A., Pohl, E., 1975, IBVS No:1053.
Kopal, Z., 1959, Close Binary Systems, John Wiley and Sons.
Kopal, Z., 1977, Astrophys. Space Sci., 51, 439.

