

ÇİFT YILDIZLARDA YIĞILIM DİSKLERİNİN FOTOMETRİK TUTULMA ETKİSİ

Osman Demircan

A.Ü. Fen Fakültesi,

Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü

Beşevler, Ankara

Özet :

. Çift yıldız bileşenleri etrafındaki yığılım disklerinin fotometrik tutulma (örtme veya örtülme) etkisi disk merkezindeki yıldızın görünmemesi ve disk üzerindeki parlaklık dağılımının düzgün olması (kenar kararma katsayısı; $u=0$) halinde modellenmiş ve bu tür disk etkilerinin bulunduğu fotometrik tutulma eğrilerinin analizi için bir yöntem önerilmiştir.

1. Giriş

Hızlı dönen yıldızların çevrelerinde madde varsa bu madde genellikle yıldızın ekvator düzleminde disk biçiminde yoğunlaşır. Güneş sisteminin oluşum kuramları da oluşumun ilk evrelerinde ve bugün gezegenlerin bulunduğu düzlemde yoğun bir diskin varlığını temel alır. Yıldızlarda bu diskleri oluşturan madde ya hızlı dönen merkezi yıldızlardan uzaya atılan madde ile ya da çekim etkisiyle çevreden toplanan madde ile veya her

iki katkıdan oluşur. Yıldızlarda disk oluşumunun beklenenden daha yaygın olduğu IRAS ve IUE uydularının gözlemleriyle ortaya konmuştur. Çoğu yıldızlarda disklerin soğuk olup sadece kırmızı ötesinde ışınım yaptıkları bilinirken katalizmik yakın çift yıldızlarda beyaz cüce bileşen etrafındaki disklerle (Warner ve Nather 1971, Smak 1971) sert X-ışın kaynaklarında nötron yıldızı etrafındaki disklerin (Tananbaum 1972) çok sıcak olup morötesi ve x-ışınımı yaydıkları saptanmıştır. Diğer taraftan, uzun dönemli çift yıldız bileşenlerinden biri dev veya üst dev diğeri anakol yıldızı ise dev bileşenin rüzgârı anakol yıldızı etrafında soğuk ve büyük ölçekli bir disk oluşturur. Bu sistemlerde diskler yörünge eğimlerinin 90° den çok farklı olmaması halinde, merkezi yıldızları kamufle edip, doğrudan gözlemlerini engelleyebilmektedir. Morötesi uydu gözlemlerinin analiziyle bu tür disklerin varlığı ortaya çıkarılan çift yıldızlar W Ser yıldızları olarak sınıflandırılmıştır (Plavec, 1982). Ayrıca, E Aur, VV Cep, ζ Aur gibi çok uzun dönemli atmosferik tutulma gösteren çift yıldızların sıcak bileşenleri etrafında da soğuk disklerin var olduğu bilinmektedir. (örneğin bkz. Reimers, 1980). Bir diskin varlığı halinde örten çift yıldızların ışık eğrilerinin analizi karmaşık hale gelmektedir. Bu durumda klasik analiz yöntemlerinde ek olarak diskin tutulma etkisinin dikkate alınması gerekmektedir. Bu amaçla yaklaşık yöntemler (örneğin bkz. Kriz, 1982 ve Horne, 1985) geliştirilmiştir.

Bu çalışmada parlaklık dağılımları düzgün olan yığılım disklerinin fotometrik örtme ve örtülme etkisi modellenmiş ve bu etkinin varlığı halinde fotometrik tutulma eğrilerinin analizi için bir yöntem önerilmiştir.

2. Kabuller ve tutulmanın geometrisi :

Uzun dönemli bir çift yıldızda bileşenlerden biri etrafında kalın yoğun ve soğuk bir diskin var olduğunu düşünelim. Yörünge eğikliği 90° ye yakın olsun ve ε Aur'da olduğu gibi disk öyle büyük ve kalın olsun ki merkezdeki yıldız görünmesin. Soğuk disk ε Aur'da olduğu gibi optik bölgede ışınım yapmasın veya düzgün bir parlaklık dağılımına sahip olsun. Uzun dönemli çift yıldızlarda etrafında disk bulunmayan bileşen küresel bir biçimle temsil edilebilmeli ve, normal yıldız ise yüzeyindeki parlaklık dağılımı düzgün olmalıdır. Bu durumda yörünge hareketi sırasında karşılıklı tutulmalar oluşuyorsa, normal bileşenin kenar kararmasına ve sistemin geometrisine bağlı olarak bir ışık kaybı gözlenecektir. Normal bileşenin kenar kararması klasik kosinüs kuralıyla ifade edilecektir. Buna göre normal bileşenin gökyüzü düzlemindeki izdüşüm diski üzerinde merkezden r uzaklıktaki bir noktadan gözlemci doğrultusunda çıkan akı u kenar kararma katsayıları cinsinden

$$f(r) = f(0) \left\{ 1 - u_1 - u_2 - \dots + \sum_{h=1}^{\infty} u_h \cdot \cos^h \delta \right\} \quad (2.1)$$

şeklinde verilebilir. Burada δ dikkate alınan noktada yüzey normali ile bakış doğrultusu arasındaki açıdır ve yıldızın kesirsel yarıçapı r_1 olmak üzere

$$r_1^2 \cdot \cos^2 \delta = r_1^2 - r^2 \quad (2.2)$$

Ayrıca normal bileşenin kesirsel ışınım gücünün

$$L_1 = \iint f \, dx \, dy \quad \infty \quad (2.3)$$

$$= \pi \cdot r_1^2 \cdot f(0) \cdot \left\{ 1 - \sum_{h=1}^{\infty} (h u_h / h + 2) \right\}$$

olduğu düşünülürse (2.1) ve (2.3) ten yüzey normali doğrultusundaki $f(0)$ akısı yok edilerek (2.1) bağıntısı

$$f(r) = \frac{L_1}{\pi \cdot r_1^2} \sum_{h=0}^{\infty} C^{(h)} \cdot \text{Cos}^h \chi = \frac{L_1}{\pi \cdot r_1^2} \sum_{h=0}^{\infty} C^{(h)} \cdot \left\{ (r_1^2 - r^2) / r_1^2 \right\}^{h/2} \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada

$$C^{(h)} = \frac{1 - u_1 - \dots}{1 - \sum_{h=1}^{\infty} (h \cdot u_h / h + 2)} \quad ; h=0 \text{ için} \quad (2.5)$$

$$C^{(h)} = \frac{u_h}{1 - \sum_{h=1}^{\infty} (h \cdot u_h / h + 2)} \quad ; h>0 \text{ için} \quad (2.6)$$

Pratikte (2.4)'ün sağ tarafında sadece ilk iki terimin dikkate alınması yeterli bulunmaktadır. Bu durumda

$$f(r) = \frac{L_1}{\pi \cdot r_1^2} \cdot \left\{ \frac{3 - 3u_1}{3 - u_1} + \frac{3u_1}{3 - u_1} \text{Cos} \chi \right\} \quad (2.7)$$

yazılabilir.

Sistemin gökyüzü düzlemindeki izdüşüm geometrisi Şekil.1'de gösterilmiştir. Soğuk diskin izdüşümü yarı büyük eksenleri a ve b olan bir elipsle gösterilmiştir

Yörünge eğikliğinin i olması halinde ;

$$O'H = \text{Cos } i \quad \text{ve} \quad OH = \text{Sin } \theta \cdot \text{Sin } i \quad (2.8)$$

dolayısıyla

$$\text{Cos } \varepsilon = \text{Sin } \theta \cdot \text{Sin } i / \delta \quad \text{ve} \quad \text{Sin } \varepsilon = \text{Cos } i / \delta \quad (2.9)$$

olacaktır. Bileşenler arası izdüşüm uzaklığı δ 'nın, evre açısı θ ve yörünge eğikliği i cinsinden

$$\delta^2 = \text{Sin}^2 \theta \cdot \text{Sin}^2 i + \text{Cos}^2 i \quad (2.10)$$

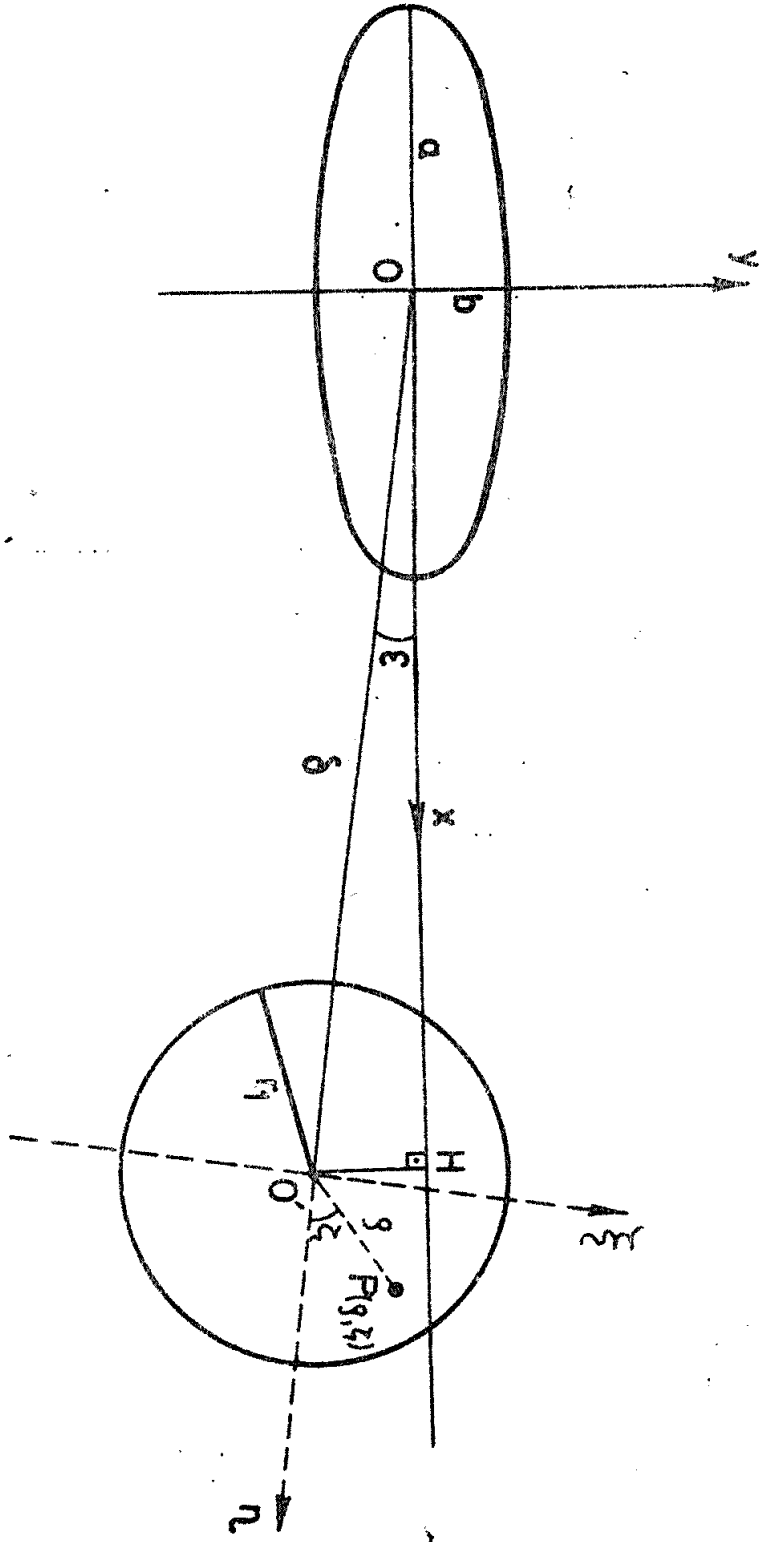
bağıntısıyla verilebileceği bilinmektedir. Şekilde izdüşüm elipsinin yarıbüyük eksenini diskin yarıçapını yarıküçük eksenini ise diskin yarı kalınlığını ve izdüşümde yörünge eğikliği etkisini temsil etmektedir. Diskin yarı kalınlığını p ile gösterirsek yaklaşık olarak

$$b = p \cdot \text{Cos}(90^\circ - i) + a \cdot \text{Cos } i \quad (2.11)$$

olmalıdır. $i=90^\circ$ için $b=p$ ve $i=0^\circ$ için $b=a$ olur.

Burada diske ilişkin temel düzlemin yörünge düzlemiyle çakıştığı varsayılmıştır.

Diske ilişkin izdüşüm elipsinin eksen doğrultuları x ve y- eksenleri alınırsa yörünge eğikliğinin 90° olmaması halinde x- eksenini diğer bileşene ilişkin izdüşüm dairesinin merkezinden geçmez ancak bu doğrultuyla ε açısı yapar. Bu açı δ 'ya bağlı olarak



Şekil 1. Disk - yıldız sisteminin gökyüzü düzleminde izdüşüm geometrisi

$$\cos i \leq \sin \varepsilon \leq 1$$

(2.12)

olacak şekilde değişir ve herhangi bir evrede değeri (2.9) ve (2.10) denklemlerinden bulunur. Bileşenlerin izdüşüm merkezlerini birleştiren doğrultu η eksenini ve normal yıldızla ilişkin izdüşüm dairesinin O' merkezinden gökyüzü düzleminde bu eksene çizilen dik ξ -eksenini alınırsa bu kon düzeneginde herhangi bir P noktasının (η, ξ) konları aynı noktanın (ρ, ζ) kutupsal konları cinsinden

$$\eta = \rho \cdot \sin \zeta \quad \text{ve} \quad \xi = \rho \cdot \cos \zeta \quad (2.13)$$

olarak yazılabilir. Bu kon düzeneginin O' merkezinin x-y kon düzenegindeki konları $\delta \cos \varepsilon$ ve $-\delta \sin \varepsilon$ olduğuna göre P noktasının x-y kon düzenegindeki konları

$$x = \rho \cdot \cos (\zeta - \varepsilon) + \delta \cdot \cos \varepsilon \quad (2.14)$$

$$y = \rho \cdot \sin (\zeta - \varepsilon) - \delta \cdot \sin \varepsilon$$

olmalıdır.

3. Tutulmayla ışık kaybı

Çift yıldızlarda yığılma disklerinin fotometrik örtme etkisini belirlemek için Kopal'in (1979) uyguladığı bir yöntemle göre önce çift yıldız bileşenlerinin gökyüzü düzlemi üzerinde izdüşümleri ve izdüşümleri üzerindeki parlaklık dağılımlarının iki boyutlu Fourier transformları belirlenmiştir. Bir teoreme göre söz konusu transformların "cross correlation" ifadesi, transformların ilişkin olduğu cisimlerin karşılıklı örtme ve örtülmesiyle ışık kaybını belirlemektedir. Disk üzerindeki

parlaklık dağılımının düzgün olduğu ($u=0$) kabul edilirse (2.1), (2.4) veya (2.7)'den $f(x,y)=f(0)=L_1/(\pi ab)$ alınabilir. Alternatif olarak $f(0)$, diskin kara cisim ışınlamayı yaptığı kabul edilerek Planck fonksiyonu yaklaşımıyla bulunabilir. Bu durumda, Şekil.1'de gösterilen x - y kon düzeninde diske ilişkin parlaklık dağılımının iki boyutlu Fourier transformu

$$F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[-2\pi i(xu+yv)] dx \cdot dy$$

$$= 4 \int_0^b \exp(-2\pi i y v) \left[\int_0^{a(b^2-y^2)^{1/2}/b} \exp(-2\pi i x u) dx \right] \cdot dy \quad (3.1)$$

olarak yazılabilir. (3.1)'de x 'e göre integral kolayca alınabilir ve

$$F(u,v) = (4/(2\pi i u)) \int_0^b \exp(-2\pi i y v) dy - (4/(2\pi i u)) \int_0^b \exp[-2\pi i y v - 2\pi i u a \cdot (b^2 - y^2)^{1/2}/b] \cdot dy \quad (3.2)$$

bulunur.

$$\exp[-2\pi i u a \cdot (b^2 - y^2)^{1/2}/b] = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-2\pi i u a/b)^n (b^2 - y^2)^{n/2}/n! \quad (3.3)$$

şeklindeki Taylor açılımı (3.2)'de yerine konulursa ;

$$F(u,v) = (4/(2\pi i u)) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-2\pi i u a/b)^n / n! \int_0^b (b^2 - y^2)^{n/2} \exp(-2\pi i y v) \cdot dy \quad (3.4)$$

bulunur. Şimdi (3.4)'ün sağ tarafındaki integralin bulunabilmesi için değişken değiştirelim.

$$y = b \cdot \sin \theta \quad (3.5)$$

olsun. Bu durumda $dy = b \cdot \cos \theta \cdot d\theta$ ve $(b^2 - y^2)^{n/2} = b^n \cos^n \theta$ olduğundan

$$F(u,v) = 4 \cdot b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} ((-2\pi i u)^{n-1} \cdot a^n \cdot I/n!) \quad (3.6)$$

yazılabilir. Burada

$$I = \int_0^{\pi/2} \cos^{n+1} \theta \cdot \exp(-2\pi i v b \sin \theta) \cdot d\theta \quad (3.7)$$

(3.4)'de $y = b \cdot \cos \theta$ alınması halinde

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin^{n+1} \theta \cdot \exp(-2\pi i v \cdot b \cdot \cos \theta) \cdot d\theta \quad (3.8)$$

olur.

(3.7) veya (3.8)'deki üstel fonksiyonu yine Taylor serisine açarsak

$$I = \sum_{m=1}^{\infty} (-2\pi i v b)^m \cdot I'/m! ; I' = \int_0^{\pi/2} \cos^{n+1} \theta \cdot \sin^m \theta \cdot d\theta = \int_0^{\pi/2} \sin^{n+1} \theta \cdot \cos^m \theta \cdot d\theta \quad (3.9)$$

yazılabilir. Burada

$$I' = \begin{cases} 0 & ; m \text{ ve } n+1 \text{ tek sayı} \\ \frac{\pi m!(n+1)!}{2^{m+n+2} (m/2)! \cdot ((m+n+1)/2)! \cdot ((n+1)/2)!} & ; m \text{ ve } n+1 \text{ çift sayı} \end{cases} \quad (3.10)$$

olduğu bilinmektedir. (3.10), (3.9) ifadeleri (3.6)'da yerine konursa

$$F(u,v) = 2\pi b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2\pi i u)^{n-1} \cdot (n+1) \cdot a^{2n}}{2^{2n+1} \cdot ((n+1)/2)!} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-2\pi i v b)^m}{2^m \cdot (m/2)! \cdot ((m+n+1)/2)!} \quad (3.11)$$

olur. m ve $n+1$ sayılarının tek sayı olması halinde $F(u,v)=0$ olduğu dikkate alınarak (3.11) ifadesi;

$$F(u,v) = \pi b \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (2\pi u)^{2n} \cdot a^{2n-1}}{4^n \cdot (n-1)!} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cdot (2\pi v b)^{2m}}{2^{2m} \cdot m! \cdot (m+n)!} \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ikinci toplam Bessel fonksiyonunun seri ifadesidir. Buna göre (3.12) ifadesi

$$F(u,v) = 2\pi b \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2\pi u)^{2n} \cdot a^{2n-1}}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{J_{n+1}(2\pi v b)}{(2\pi v b)^{n+1}} \quad (3.13)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer taraftan bu ifadeyi Mangulis (1965) tarafından verilen

$$J_{\mu}(\alpha, z) = \alpha^{\mu} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[(1/2)z(1-\alpha^2)]^n}{n!} \cdot J_{\mu+n}(z) \quad (3.14)$$

açılımıyla karşılaştırarak $F(u,v)$ 'nin

$$F(u,v) = \frac{a}{v} \cdot \frac{J_1(2\pi v b \lambda)}{\lambda} ; \lambda = [1 + (au/bv)^2]^{1/2} \quad (3.15)$$

olduğunu görürüz.

Disk merkezinden δ kadar uzaktaki yıldız izdüşümü (bkz. Şekil.1) üstündeki parlaklık dağılımının (2.4) genel bağıntısıyla ve bu izdüşüm üstündeki P noktasının x-y kon düzenindeki konlarının (2.14) ifadeleriyle verildiği dikkate alınırsa bu yıldıza ilişkin parlaklık dağılımının x-y kon düzeninde iki boyutlu Fourier transformu

$$\begin{aligned} G(u,v) &= \iint f(x,y) \exp[-2\pi i(xu+yv)] dx dy \\ &= \int_0^{r_1} \int_{-\pi}^{\pi} f(\rho) \exp\{-2\pi i u[\rho \cos(\zeta-\varepsilon) + \delta \cos \varepsilon] - 2\pi i v[\rho \sin(\zeta-\varepsilon) - \delta \sin \varepsilon]\} \rho d\rho d\zeta \\ &= \exp[-2\pi i u \delta \cos \varepsilon + 2\pi i v \delta \sin \varepsilon] \int_0^{r_1} f(\rho) \rho \int_{-\pi}^{\pi} \exp[-2\pi i \rho q \cdot \cos(\zeta-\varepsilon-\phi)] d\zeta d\rho \quad (3.16) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Son integralde $u=q \cdot \cos\phi$ ve $v=q \cdot \sin\phi$ dönüşümleri kullanılmıştır. Aynı dönüşümlerin ilk kısımda da kullanılması halinde ve

$$\int_{-\pi}^{\pi} \exp[-2\pi i \rho q \cos(\zeta-\varepsilon-\phi)] d\zeta = 2\pi J_0(2\pi \rho q) \quad (3.17)$$

olduğu (bkz. Kopal, 1979, p.29,3.9 denklemini) dikkate alınırsa

$$\begin{aligned}
G(\rho, \phi) &= 2\pi \exp[-2\pi i \delta q \cos(\phi + \varepsilon)] \int_0^{r_1} \rho f(\rho) J_0(2\pi \rho q) d\rho \\
&= 2L_1 \exp[-2\pi i \delta q \cos(\phi + \varepsilon)] \sum_{n=0}^{\infty} (C^{(n)}/r_1^{h+2}) \int_0^{r_1} \rho (r_1^2 - \rho^2)^{h/2} \\
&\quad \cdot J_0(2\pi \rho q) d\rho \quad (3.18)
\end{aligned}$$

olur. Burada $f(\rho)$ 'nin ifadesi (2.4) denkleminde alınmıştır. (3.18)'deki integral Kopal'a (1979, p.30, 3.14 denkleminde) göre

$$\int_0^{r_1} \rho (r_1^2 - \rho^2)^{h/2} J_0(2\pi \rho q) d\rho = 2^{v-1} \Gamma(v) J_0(2\pi q r_1) r_1^{2v} / (2\pi q r_1)^v \quad (3.19)$$

Burada $v=(h+2)/2$ dir. (3.19) değeri (3.18)'de yerine konursa

$$G(\rho, \phi) = L_1 \exp[-2\pi i \delta q \cos(\phi + \varepsilon)] \sum_{h=0}^{\infty} C^{(h)} 2^v \Gamma(v) J_0(2\pi q r_1) / (2\pi q r_1)^v \quad (3.20)$$

elde edilir.

Bir teoreme göre Fourier transformlarının "convolution" integrali transformların üzerinde alındığı geometrik yapıların arakesitlerine ilişkindir. Buna göre geometrisi 2. Bölümde ve parlaklık dağılımlarının Fourier transformları bu bölümde verilen birbirine çekimsel olarak bağlı birinin etrafında büyük ölçekli bir disk bulunan iki yıldızdan oluşan uzun dönemli çift

yıldız sisteminde varsa karşılıklı tutulmalar nedeniyle ışık kaybı.

$$L_1 \cdot \alpha = L_1 \cdot \sum_{h=0}^{\infty} C^{(h)} \cdot \alpha_h^0 \quad (3.21)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} F(u,v) \cdot G(u,v) \, du \, dv$$

ifadesiyle elde edilir. Burada $F(u,v)$ ve $G(u,v)$ transformları (3.15) ve (3.20) denklemleriyle verilmiştir. L_1 örtülen yıldızın veya diskin ışınım gücüdür.

Çok uzun dönemli çift yıldız sistemlerinde fotometrik basıklık ve yansıma etkileri boşlanabilmekte ve tutulma sırasında öndeki bileşenlerin ışık kaybına hiçbir katkıları olmamaktadır. Bu nedenle tutulmayla ışık kaybı belirlenirken hesap kolaylığı nedeniyle öndeki bileşene ilişkin izdüşüm diski üstündeki parlaklık dağılım fonksiyonu gerçek değeri yerine bir alınır.

Bu durumda, (3.21) denkleminde α_h^0 kesirsel ışık kaybı, diskin diğer bileşeni örtmesi halinde

$$\alpha_h^0(a,b,r_1,\delta) = 2\pi ab 2^v \cdot \Gamma(v) \int_0^{\infty} (J_v(2\pi q r_1) / (2\pi q r_1)^v) \cdot$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \{ (J_1(2\pi q [a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi]^{1/2}) \cdot \exp[-2\pi i \delta q \cos(\phi + \epsilon)])$$

$$/ (2\pi q [a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi]^{1/2}) d\phi \} q dq \quad (3.22)$$

ve diskin diğer bileşen tarafından örtülmesi halinde

$$\alpha_n^0(a,b,r_1,\delta) = 4\pi r_1^2 \int_0^\infty (J_1(2\pi q r_1)/(2\pi q r_1)) \cdot$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \{ (J_1(2\pi q [a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi]^{1/2}) \cdot \exp[-2\pi i \delta q \cos(\phi + \epsilon)]) / (2\pi q [a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi]^{1/2}) d\phi \} q dq \quad (3.23)$$

şeklinde iki katlı integrallerle belirlenmiş olur. Örtme (veya örtülme) olmaması halinde α_n^0 'in sıfır olması gerekir. (3.22) ve (3.23)'de integral içleri değişen q ve ϕ değerleri için hızlı salınım gösteren fonksiyonlardan oluşmuştur. İntegral içi q arttıkça sönümlenen salınımlar gösterir ve salınımlar altındaki (+) ve (-) alanların cebirsel toplamı α_n^0 değerini verir. İlginçtir ki normal yıldız ve diske ilişkin parametreler (3.22) ve (3.23) denklemlerinde ayrı terimlerde bulunmakta ve bu da (3.22) ve (3.23)'ün uygulamasında büyük kolaylık sağlamaktadır. Üstel ifadeli terim evre açısına ve yörünge eğikliğine bağlı olarak α_n^0 'nin değişimini belirlemektedir. (3.22) ve (3.23) ifadeleri her tür (halkalı, tam, parçalı) tutulma için geçerlidir. Tutulma sırasında disk örtülüyorsa (3.23) ifadesi ancak disk üzerindeki parlaklık dağılımının düzgün olması ($u=0$) halinde geçerlidir. Aksi halde diskin izdüşümü üzerindeki parlaklık dağılımı uygun bir fonksiyonla (3.1) denkleminde dikkate alınmalıdır.

(3.22) denkleminde $a=b=r_2$ alınması halinde ifade

$$\alpha_n^0(r_1,r_2,\delta) = (2\pi r_2)^2 2^v \Gamma(v) \int_0^\infty (J_0(2\pi q r_1)/(2\pi q r_1)^v) \cdot$$

$$\cdot (J_1(2\pi q r_2)/(2\pi q r_2)) \cdot J_0(2\pi q \delta) dq \quad (3.24)$$

şekline dönüşür ki bu, iki küresel yıldızdan oluşan çift yıldız sisteminde bir tutulma sırasında kesirsel ışık kaybını

vermektedir. (3.24) ifadesi küresel model için Kopal'in (1979) 3.32 denklemiyle verdiği ifadeye eşittir. Benzer şekilde (3.23) denkleminde $a=b=r_2$ alınması halinde ifade

$$\alpha_n^0(r_1, r_2, \delta) = 2 \cdot (2\pi r_2)^2 \cdot \int_0^{\infty} \left(\frac{J_1(2\pi q r_1)}{(2\pi q r_1)} \right) \cdot \left(\frac{J_1(2\pi q r_2)}{(2\pi q r_2)} \right) \cdot J_0(2\pi q \delta) dq$$

(3.25)

olarak bulunur ki bu da (3.24)'ün, örtülen yıldızın izdüşüm diski üzerinde parlaklık dağılımının düzgün olması ($u=0$) durumunda, özel halidir. Böylece, bir bakıma (3.22) ve (3.23) denklemleri Kopal'in küresel model için geliştirdiği kesirsel ışık kaybı ifadesinin yığılım disklerinin fotometrik etkisi için genelleştirilmiş biçimleridir.

4. Tutulma gözlemlerinin analizi için bir yöntem :

İkinci bölümde açıklanan varsayımlara uyan uzun dönemli ve bileşenlerinin biri etrafında kalın bir disk bulunan çift yıldızın fotometrik ışık değişimi $L_1+L_2=1$ alınması halinde

$$I = 1 - L_1 \alpha \quad (4.1)$$

temel bağıntısıyla ifade edilebilir. Burada α tutulmayla ışık kaybını gösteren tutulma fonksiyonudur ve genelde örtülen bileşenin kenar kararma katsayısına bağlı olarak (3.21) açılımıyla verilir. L_1 örtülen, L_2 ise örten bileşenlerin kesirsel ışınım gücüdür. Doğrusal kenar kararma yasasının uygulanması durumunda

$$\alpha = [(3-3u_1)/(3-u_1)] \alpha_0^0 + [(3u_1)/(3-u_1)] \alpha_1^0 \quad (4.2)$$

bağıntısıyla verilir. α_n^0 'in integral ifadesi, sistemde diskin diğer bileşeni örtmesi halinde (3.22) denklemiyle ve diskin diğer bileşen tarafından örtülmesi halinde ise (3.23) denklemiyle verilmiştir. Tutulmanın herhangi bir θ evresi için α_n^0 değeri bu denklemlerden a , b , r_1 ve i 'nin fonksiyonu olarak hesaplanabilir. Bu durumda, elimizde disk etkisinin var olduğu uzun dönemli bir çift yıldızın fotometrik tutulma gözlemleri varsa önce (1) gözlemsel yegînlükler, tutulma dışında sistemden alınan toplam ışınım yegînlğine normalize edilir. Sonra (2) tutulma eğrisi içinde, simetri nedeniyle, tutulma ortası ile dıştan teğet evresi arasında en az çözmek istediğimiz bilinmeyen sayısı kadar θ evresi ve bu evrelere karşı gelen normalize edilmiş α değerleri belirlenir. Böylece bu (θ_i, α_i) noktaları (4.1) biçiminde en az bilinmeyen sayısı kadar $(n$ tane) denklem oluşturulmuş olur. Denklemlerin sol tarafları ilgili θ evresi için gözlemsel ışınım yegînlğini sağ tarafları da bilinmeyen parametrelerin fonksiyonu olarak kuramsal ışınım yegînlğini belirler. Bu denklemler

$$\begin{aligned}
 F_1 &\equiv \alpha(\theta_1) + L_1 \alpha(\theta_1) - 1 = 0 \\
 F_2 &\equiv \alpha(\theta_2) + L_1 \alpha(\theta_2) - 1 = 0 \\
 F_3 &\equiv \alpha(\theta_3) + L_1 \alpha(\theta_3) - 1 = 0 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 F_n &\equiv \alpha(\theta_n) + L_1 \alpha(\theta_n) - 1 = 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

şeklinde yazılabilir. Doğrusal olmayan bu denklemlerden bilinmeyen parametreler nümerik yollarla çözülür. Dikkate aldığımız çift yıldız sistemleri için, u_1 kenar kararması katsayısının kuramsal model atmosfer çalışmalarından alınması halinde, bilinmeyen olarak (4.3) denklem takımından çözülecek parametreler a , b , r_1 , L_1 ve i 'dir. Bu parametreler bulunduktan sonra $L_1 + L_2 = 1$ eşitliğinden L_2 kesirsel ışınım gücü ve (2.11)

bağıntısından da diskin yarı kalınlığı p bulunabilir. Burada not edilmelidir ki bulunacak tüm uzunluklar (a , b , r_1 ve p) bileşen merkezleri arasındaki sabit A uzunluğu cinsinden ifade edilmiştir. A 'nın sabit alınması yörüngenin çember alınmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca belirtmek gerekir ki ışık eğrisinin hem birinci hem ikinci tutulma minimumlarından oluşturulacak (4.3) biçimindeki denklemlerin eş zamanlı çözümünden daha az yanılıklı ve daha güvenilir parametreler bulunabilecektir.

Kaynaklar

Horne, K.D., 1985, MN, 213, 129.

Kriz, S., 1982, Hvar Obs. Bull., 6, 53.

Kopal, Z., 1979, Language of the Stars, D. Reidel Publ. Co., Holland.

Mangulis, V., 1965, Handbook of Series for Scientists and Engineers,

Academic Press, N.Y., p.29.

Plavec, M., J, 1982, in Advances in UV Astronomy, NASA. Conf. Publ.,

2238, p.526.

Reimers, D., 1980, in Second European IUE Conference, ESA SP-157, p.33.

Smak, J., 1971, Acta A., 21, 15.

Tananbaum, H., 1972, IAU Symp. No:55.

Warner, B. ve Nather R.E., 1971, MN, 152, 219.

