Değişken Kozmolojik Terimli ve Gravitasyon Sabitli Kozmolojik Modeller

Can Battal Kılınç

Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü

1. GİRİŞ

Kozmolojide göze çarpan problemlerden biri, kozmolojik sabit problemidir. Gözlemlerin büyük bir kısmı , evrenin simdi sıfırdan farklı bir kozmolojik sabitli evren olmaya zorlamakta. Kuantum alan teorisinde kozmolojik terim, vakum enerji yoğunluğuna karşılık gelmekte. Bu teorilerde evren, bir uyartılmış vakum dalgalanmalarından enflasyon genişlemesi esnasında doğduğu ileri sürülüyor. Boş uzayın enerjisinin bir ölçütü olarak gösterilen kozmolojik terim galaksiler arası gravitasyonel çekiciliğin zıttı, itici bir kuvvet şeklindedir. Eğer kozmolojik terim varsa onu gösteren enerji bir kütle gibi kabul edilir, çünki Einstein kütle ve enerjinin eşdeğer olduğunu göstermiştir. Son araştırmalar şu anda kozmolojik terimin 10^{-58} cm^{-2} mertebesinde çok küçük bir değere karşılık geldiğini ileri sürerler.

En son Hubble parametresinin ölçümleri standart FRW (Friedmann Robertson Walker) kozmolojisinin nazik bir noktasını dikkat çeker. Evrenin herhangi bir modeli, onun içindeki en yaşlı cisimlerden daha yaşlı olmalı. Küresel kümeler evrende en yaşlı objeler olarak bilinir. Bunların yaşları yaklaşık 16 milyar civarındadır. Hubble parametresinin belirlenmesindeki belirsizlikler göz önüne alınsa bile kozmolojik sabitsiz FRW modelleri bu yıldızlarınkinden daha büyük yaşa sahip olamaz. Kozmolojik terimli modeller evrenin yaşını büyütmektedir.

Bu modellerde yaş pobleminden başka sıkıntılarda mevcuttur. H_o rın lokal değeriyle global değeri karşılaştırıldığında farklılıklar görülmektedir. En büyük gravitasyonel sınırlı sistemler olan galaksi kümeleri ölçeğinde kütle yoğunluğunun dinamik tahminleri, enflasyon teorilerinin önerdiğinden daha küçük bir yoğunluk parametresine götürmektedir. Yapı oluşumunun standart soğuk karanlık madde modelleri gözlenen güç tayfının şekliyle iyi bir uyuşum göstermemektedir. Burada lineer pertürbasyon teorisi ve n=1 güç tayf indeksi kullanılmıştır.

Linde Λ nın sıcaklığın bir fonksiyonu ve dolayısıyla ani simetri kırılma işlemleriyle alakalı olacağını ileri sürmektedir. Bundan dolayı da uzaysal olarak homojen genişleyen bir evrende zamanın fonksiyonu olmalı der.

İlk olarak Dirac tarafından önerilen genişleyen G gravitasyon sabiti için, genel relativitenin nümerik düzenlemeleri yapılmış fakat bu teoriler o zaman geniş kabul görmemiştir. Bununla birlikte son zamanlarda Λ ile birlikte G nin değişiminin düşünülmesi genel relativite çerçevesinde oldukça ilgi görmektedir. İlk olarak G ve Λ nın zamana bağlılıgı $\Lambda \approx R^{-2} \approx t^{-2}$ Bertolami tarafından elde edilmiştir. G ve Λ lı bazı FRW li modeller (1) numaralı referanstaki bir çok bilim adamı tarafından çalışılmıştır. Daha sonra bunları Arbab, Sing ve arkadaşları ve Belinchon (2) tarafından genelleştirilmişlerdir.

Homojen fakat anizotrop kozmolojik modellerde özellikle evrenin erken çağlarında parçacık oluşumunu, entropi üretimini karanlık madde ve evrenin izotropisi (anizotropisi) gibi temel özellikleri anlamada önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle homojen fakat anizotrop olan Bianchi tipi kozmolojiler önemli rol oynamaktadır. Bu tür modeller de Beesham (3), D. Kalligas ve arkadaşları (4) , A.I Arbab (5) ve Beesham ve arkadaşları (6) tarafından çalışılmıştır.

Bu çalışmada Bianchi tipi I metriği için değişken G ve Λ lı çözümler araştırdık ve sonuçlarımızı (3), (4) ve (5) makaleleriyle karşılaştırdık.

2. ALAN DENKLEMLERİ

Bianchi tip I türü bir metrik

$$ds^2 = A^2(t)(dx^2-dt^2) + B^2(t)dy^2 + C^2(t)dz^2 \quad (1)$$

formundadır. Değişken G ve Λ lı Einstein alan denklemleri aşağıdaki şekildedir.

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} = 8\pi G T_{ab} - \Lambda g_{ab} \tag{2}$$

İdeal akışkan için enerji momentum tensörü ise

$$T_{ab} = (\rho + p) U_a U_b + p g_{ab} \tag{3}$$

dir. Burada R $_{ab}$ Ricci tensörü, R eğrilik skaleri, g $_{ab}$ metrik tensör, G gravitasyon sabiti, Λ kozmolojik sabit, ρ enerji yoğunluğu, p akışkanın basıncı ve U $_a$ larda akışkanın 4 lü hızıdır.

(1) Metriğine ait Enstein alan denklemlerini ve enerji ve momentumun korunum prensibini (T $_{ab}{}^{;b} = 0$) elde ettiğimizde ve bu denklemlerde de $p = w\rho$ (w= sabit) durum denklemini kullandığımızda aşağıdaki denklemleri buluruz.

$$\frac{1}{A^2}\left[\frac{\dot{A}}{A}\left(\frac{\dot{B}}{B}+\frac{\dot{C}}{C}\right)-\frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}-\frac{\ddot{C}}{C}-\frac{\ddot{B}}{B}\right] = 8\pi\rho G w + \Lambda \tag{4}$$

$$\frac{1}{A^2}\left[\frac{\dot{A}^2}{A^2}-\frac{\ddot{C}}{C}-\frac{\ddot{A}}{A}\right] = 8\pi\rho G w + \Lambda \tag{5}$$

$$\frac{1}{A^2}\left[\frac{\dot{A}^2}{A^2}-\frac{\ddot{A}}{A}-\frac{\ddot{B}}{B}\right] = 8\pi\rho G w + \Lambda \tag{6}$$

$$\frac{1}{A^2}\left[\frac{\dot{A}}{A}\left(\frac{\dot{B}}{B}+\frac{\dot{C}}{C}\right)+\frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right] = 8\pi\rho G - \Lambda \tag{7}$$

$$\dot{\rho} + (1+w)\rho\left(\frac{\dot{A}}{A}+\frac{\dot{B}}{B}+\frac{\dot{C}}{C}\right) = 0 \tag{8}$$

elde ederiz. Burada (.) zamana göre türevi gösterir. Ayrıca G ve Λ nın zamanla degiştiği ile ilgili ilave bir denklem Bianchi özdeşliği $\left(R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab}\right)^{;b} = 0 = \left(8\pi G T_{ab} + \Lambda g_{ab}\right)^{;b}$ den gelir.

$$\rho \dot{G} = -\frac{\dot{\Lambda}}{8\pi} \tag{9}$$

3. ÇÖZÜMLER

Bu differansiyel denklemde bilinmeyenler A,B,C,ρ (veya p), Λ,G olmak üzere 6 tanedir.Oldukça zor bir differansiyel denklem sistemidir. Bu nedenle metrik potansiyelleri arasında şu şekilde bir bağıntının var olduğunu kabul ederiz.

$$A = BC \tag{10}$$

(5) ve (6) denklemlerinden

$$\frac{\ddot{C}}{C}=\frac{\ddot{B}}{B} \tag{11}$$

ve (4) ile (5) denklemlerini ve burada (10) denklemini kullanırsak

$$\frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}=-\frac{\ddot{C}}{C} \tag{12}$$

elde ederiz. (11) denklemindende

$$\frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}+\frac{\ddot{B}}{B}=0 \tag{13}$$

yazabiliriz. Ayrıca (10) şartını (8) de yerine koyarsak

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=-2(1+w)\left(\frac{\dot{B}}{B}+\frac{\dot{C}}{C}\right) \tag{14}$$

elde ederiz. Bu (14) denkleminin diferansiyelini alırsak

$$\rho=n_1(BC)^{-2(1+w)} \tag{15}$$

buluruz.Burada n_1 integrasyon sabitidir. (4) ve (7) ve (12) denklemlerindende

$$\Lambda=4\pi G\rho(1-w) \tag{16}$$

elde ederiz. (16) denkleminin diferansiyelini alarak (9) denkleminide kullanırsak

$$\frac{\dot{G}}{G}=\frac{\dot{\rho}}{\rho}\frac{w-1}{3-w} \tag{17}$$

ve bu denkleminde integrasyonunu alırsak ve (15) denklemini kullanırsak

$$G=n_2(BC)^{-2(1+w)(w-1)/3-w} \tag{18}$$

elde ederiz. Burada n_2 integrasyon sabitidir. Bu 18 denklemini (16) denkleminde yerine koyarsak

$$\Lambda=4\pi(1-w)n_3(BC)^{-4(1+w)/3-w} \tag{19}$$

buluruz. Böylece ρ, G ve Λyı metrik potansiyelleri cinsinden elde ettik. (12) ve (13) differansiyellerini birlikte çözersek

$$C=\begin{cases}(n_5t+n_6)^{1/1-n_4} & n_4\neq 1\\ n_5e^{n_7t} & n_4=1\end{cases} \tag{20}$$

$$B = \begin{cases} \dfrac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6)^{-n_4/1-n_4} & n_4 \neq 1 \\ \dfrac{m}{n_5 n_7} e^{-n_7 t} & n_4 = 1 \end{cases} \tag{21}$$

elde ederiz. Burada n_3, n_4, n_5, n_6, n_7 ve m integrasyon sabitleridir.

$n_4 \neq 1$ için elde edilen çözümleri denklem (15), (18) ve (19) da yerine koyarsak

$$\rho = n_1 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-2(1+w)} \tag{22}$$

$$G = n_2 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-2(1+w)(w-1)/3-w} \tag{23}$$

$$\Lambda = 4\pi n_3 (1-w) \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-4(1+w)/3-w} \tag{24}$$

buluruz. Denklem (22), (23) ve (24) den görüleceği üzerine ρ, G ve Λ zamanın fonksiyonu olarak değişmektedir. Çeşitli w değerleri için bu çözümleri analiz edersek

i.) w=0 için

$$\rho = n_1 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-2} \tag{25}$$

$$G = n_2 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{2/3} \tag{26}$$

$$\Lambda = 4\pi n_3 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-4/3} \tag{27}$$

dir. Eğer n_4 <1 ise ve $t \to \infty$ ise ρ ve Λ sıfır, G ise sonsuza gider ve bu durumda kozmolojik terim büyük t ler için ihmal edilebilir.

ii.) w=1 için

$$\rho = n_1 \left(\frac{m(1-n_4)}{n_5}(n_5 t + n_6) \right)^{-4} \tag{28}$$

$$G = n_2 \tag{29}$$

$$\Lambda = 0 \tag{30}$$

ra indirgenir. Bu çözümlerde zamanla azalan enerji yoğunluklu , sabit Gli ve sıfır kozmolojik sabitli klasik çözümlere indirgenir.

iii.) w = -1 için

$$\rho = n_1 \tag{31}$$

$$G = n_2 \tag{32}$$

$$\Lambda = 8\pi n_3 \tag{33}$$

elde edilir. Bu çözümlerde sabit ρ, G ve Λ lı statik çözümler vermektedir.

(1) metriğine ait anizotropi enerjisi σ

$$\sigma = \frac{1}{3}\theta^2 - \frac{1}{A^2}\left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{BC}\right) \tag{34}$$

dir. Bu denklemde çözümler yerine konulursa

$$\sigma = \frac{n_5^{\,2}(n_4^{\,2} + n_4 + 1)}{\sqrt{3}(1-n_4)^2(n_5 t + n_6)^2} \tag{35}$$

elde edilir. Burada σ nın zamanın karesiyle ters orantılı olduğu görülmektedir. Büyük t ler için modelimiz izotropiye yaklaşacaktır. Ayrıca eger n_5 sıfır olursa σ = 0 olacak ve izotropik çözümler elde edilecektir.

İkinci çözüm n_4 = 1 ise ρ, G ve Λ lar aşağıdaki integrasyon sabitlerine eşit olacaklar ve dolayısıyla statik çözümler vermektedirler.

$$\rho = n_1\left(\frac{m}{n_7}\right)^{-2(1+w)} \tag{36}$$

$$G = n_2\left(\frac{m}{n_7}\right)^{-2(1+w)(w-1)/3-w} \tag{37}$$

$$\Lambda = 4\pi(1-w)n_3\left(\frac{m}{n_7}\right)^{-4(1+w)/3-w} \tag{38}$$

4. SONUÇLAR

Bianchi tip metriğini ideal akışkanlı, sıfır diverjanslı enerji-momentum tensörlü ve değişken gravitasyon ve kozmolojik sabitli bir çözümünü araştırdık.

Sonuç olarak anizotropik bir evren için ρ, G ve Λ çözümlerinin zamanla değiştiğini ve bu çözümlerin izotropik çözümlere benzediğini bulduk. Ayrıca bu sonuçlar, farklı bir metod uygulayan Beesham (3), Kalligas ve arkadaşaları (4) ve Arbab (5) çözümlerine de benzemekte(Onlar G nin bir kuvvet kanunu ile değiştiği kabulü ile çözüme başlamaktadırlar) dir.

1) Bizim ilk çözümüzde $n_4 \neq 1$ için ρ ve Λ zamanla azalırken G zamanla artmaktadır. İkinci çözümüzde ise tüm parametreler sabit olmakta yani statik çözümler vermektedir.

2) w= 0 olduğunda ρ ve Λ zamanla azalır, G ise artar. w = 0, n_4<1 ise $t \to \infty$ ise ρ ve Λ sıfır, G ise sonsuza gider ve kozmolojik terim büyük t ler için ihmal edilebilir.
w = -1 ise ρ, G ve Λ lar sabit olur ve modelimiz statik çözümlere indirgenir.
w =1 se kozmolojik sabit sıfır olur ve modeller izotropik modellere indirgenir.

3) σ ~ t^{-2} ile değişir. Bu çözümde Kalligas ve arkadaşları(4) ve Arbab (5) çözümlerinde elde edilen değerle uyuşmaktadır.

REFERANSLAR

1. Abdel-Rahman, A.M. M. (1990), Gen. Rel. Grav., 22,665; Bermann, M.S. (1991), Gen. Rel. Grav. ,23, 465; Abdussaltar and Vishwakarma , R. G. (1997), Class. Quant. Grav., 14, 945, Belinchon, J. A. , Physics/9812007

2. Arbab, I.A. (1997) Gen. Rel. Grav. ,29,61; Sing, T. and Beesham, A., (2000), 32,607; Belinchon, J.A. (2000), Gen. Rel. Grav., 32,1487
3. Beesham, A. (1994), Gen. Rel. Grav.26,159.
4. Kalligas, D., Wesson, P.S.,and Everitt, C.W.F.(1995), Gen. Rel. Grav. ,27,645.
5. Arbab, I.Arbab (1998), Gen. Rel. Grav.,30,1401.
6. Beesham, A. , Ghost, S.G. and Lombart, R.G. (2000), Gen. Rel. Grav.,32,471.