Toplanma Disklerinde Manyetik Dönme Kararsızlığı

Ebru AKBAŞ & E. Rennan PEKÜNLÜ

EGE Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü,
Bornova, 35100, İZMİR

Özet. Bu çalışmada, genç yıldızımsı nesnelerin toplanma disklerinde Hall etkisinin manyetik dönme kararsızlığı üzerine olan etkisi genişletilmiştir. Hall etkisi baskın olarak genç yıldızımsı nesnelerin disklerinde, daha az etkin olarak cüce novaların disklerinde görülür. Disk içinde, iyonlaşma oranının yüksek olduğu sınırda ortaya çıkan elektriksel akımlar plazmaya diamanyetizm sunar. Bugüne dek dikkate alınmamış olan bu etkinin manyetik dönme kararsızlığı üzerine olan etkisini inceledik. Çözüm, manyetizasyon etkisini içeren terimlere sahiptir. Bu terimlerin kararsızlığı hangi yönde etkilediği henüz anlaşılamamıştır. Bunun için, genç yıldızımsı nesnelerin disklerinde manyetizasyon akım yoğunluğunun genliğinin bilinmesi gerekiyor.

1. Giriş

Etkin gökada çekirdekleri, kataklizmik değişen yıldızlar ve genç yıldızımsı nesneler toplanma diskli dizgelerdir. Bu disklerin "anormal viskozitesi" uzun süre çözümsüzlüğünü korumuştur (Shakura & Sunyaev, 1973). Yukarıda sözü edilen gökcisimlerinin üzerlerine madde toplayabilmesi için disk maddesinin açısal momentumunun dışarıya doğru taşınması gerekmektedir (Pringle, 1981). Diferansiyel dönen disklerde hidrodinamik süreçlerle kararsızlık üretmek hemen hemen olanaksızdır (Balbus&Hawley, 1991). Hidrodinamik süreçlerin baskın olduğu diferansiyel dönen diskler Rayleigh ölçütüne göre kararlıdır (Balbus& Hawley, 1998). Kararlılığı sağlayan etmen epicyclic devinimlerdir. 1990'lı yıllarda Balbus, S.A ve Hawley, J.F., bir dizi çalışmada, zayıf bir manyetik alan içeren ve diferansiyel dönen toplanma disklerinde, manyetik dönme kararsızlığının ortaya çıktığını ve büyüyerek diskleri çalkantılı duruma getirdiğini göstermişlerdir. Çalkantı, açısal momentumu dışarıya taşıyan etmendir; böylece diskte toplanmış olan madde giderek özekteki cismin üzerine düşmektedir. Balbus-Hawley kararsızlığı olarak da anılan manyetik dönme kararsızlığı (MRI), yerel oldukça güçlü ve manyetik alan geometrisine bağlı olmayan bir kararsızlıktır. Bu kararsızlığın genliği, bir yörünge dönemi gibi kısa bir süre içinde 10^{4} kez büyüyebilir. Yeni fiziksel etkilerin dikkate alınmasıyla kararsızlık varlığını "inatla" sürdürüyor. Manyetik dönme kararsızlığı çözümlemesine yapılan son katkı, Hall etkisinin de dikkate alınmasıyla elde edilen çözümdür. Balbus & Terquem (2001) Hall etkisinin baskın olarak genç yıldızımsı nesnelerin disklerinde, daha az etkin olarak cüce novaların disklerinde görüldüğünü bildirmişlerdir..Biz bu çalışmamızda, bugüne dek dikkate alınmamış olan diamanyetik etkiyi de çözümlemeye katarak Balbus & Terquem'in (2001) çalışmasını genişletmiş bulunuyoruz. Bizim yaklaşımımızda, doğrusallaştırılmış olan MHD eşitlikleri manyetizasyon terimini de içermektedir. Elde ettiğimiz çözümden, manyetizasyon terimlerini çıkardığımızda Balbus ve Terquem'in çözümüne ulaşıyoruz ki bu yapmış olduğumuz çözümün doğruluğunu gösteriyor.

2. Toplanma Disklerinde Diamanyetik Etki

Diamanyetik etkiyi de içeren manyetik dönme kararsızlığı çözümlemesi kütlenin, momentumun korunumu, manyetik indüksiyon eşitliklerinin birlikte incelenmesiyle yapılır.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{v}) = 0 \tag{2.1}$$

$$\rho\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\rho\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\nabla\left(P + \frac{B^2}{8\pi}\right) - \rho\nabla\Phi + \left(\frac{\mathbf{B}}{4\pi}\cdot\nabla\right)\mathbf{B} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B} - \frac{c(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi n_e e} \right) \tag{2.3}$$

Bu çalışmada manyetik alanın disk düzlemine dik bileşeni olduğunu varsayacağız, ***B**=B**e**$_z$*. Zamana bağımlı tedirginlikler exp(ωt) biçiminde alacağız (Bu dağılma bağıntısının katsayılarının gerçek olmasını sağlar). Boussinesq limitinde radyal ve azimutal doğrusallaştırılmış MHD eşitlikleri aşağıdaki gibi verilir:

$$\omega \delta v_R - 2\Omega \delta v_\phi - \frac{ikB}{4\pi\rho} \delta B_R = 0 \tag{2.4}$$

$$\omega \delta v_\phi + \frac{\kappa^2}{2\Omega} \delta v_R - \frac{ikB}{4\pi\rho} \delta B_\phi = 0 \tag{2.5}$$

$$\left(\omega + k^2 \eta\right) \delta B_R + \frac{k^2 Bc}{4\pi e n_e} \delta B\phi - ikB\delta v_R = 0 \tag{2.6}$$

$$\left(\omega + k^2 \eta\right) \delta B_\phi - \left(\frac{k^2 Bc}{4\pi e n_e} + \frac{d\Omega}{d \ln R} \right) \delta B_R - ikB\delta v_\phi = 0 \tag{2.7}$$

Manyetizasyon akım yoğunluğu, $J_{mag} = c\nabla \times M$ biçiminde tanımlıdır. Diğer yandan $\nabla \times H = (4\pi / c) J$ olduğu bilinmektedir. Son iki bağıntıyı birleştirirsek, $\nabla \times H = (4\pi / c) c \nabla \times M$ elde ederiz. Manyetizasyonun etkisinden ortaya çıkan sonuç manyetik alan, $B = H + 4\pi M$ ile verilir (Singal,1986; Bodo ve ark.,1992). Buradan, B ile M arasındaki bağıntı elde edilir:

$$\nabla \times B = 8\pi \nabla \times M \tag{2.8}$$

(2.8) bağıntısının doğrusallaştırılması

$$\left(-\frac{\partial \delta B_\phi}{\partial z} + 8\pi \frac{\partial \delta M_\phi}{\partial z} \right) \hat{\boldsymbol{R}} = 0 \tag{2.9}$$

$$\left(\frac{\partial \delta B_R}{\partial z} - 8\pi \frac{\partial \delta M_R}{\partial z} \right) \hat{\boldsymbol{\varphi}} = 0 \tag{2.10}$$

$$\omega \delta v_R - 2\Omega \delta v_\phi - \frac{ik(B - 4\pi M)}{4\pi\rho} \left(\delta B_R - 4\pi \delta M_R \right) = 0 \tag{2.11}$$

$$\omega \delta v_\phi + \frac{\kappa^2}{2\Omega} \delta v_R - \frac{ik(B - 4\pi M)}{4\pi\rho} \left(\delta B_\phi - 4\pi \delta M_\phi \right) = 0 \tag{2.12}$$

$$\left(\omega + k^2 \eta\right)\left(\delta B_R - 4\pi \delta M_R\right) + \frac{k^2 (B - 4\pi M) c}{4\pi e n_e} \left(\delta B_\phi - 4\pi \delta M_\phi \right) - ik(B - 4\pi M) \delta v_R = 0 \tag{2.13}$$

$$(\omega + k^2\eta)(\delta B_\phi - 4\pi\delta M_\phi) - \left(\frac{k^2(B-4\pi M)c}{4\pi e n_e} + \frac{d\Omega}{d\ln R}\right)(\delta B_R - 4\pi\delta M_R) - ik(B-4\pi M)\delta v_\phi = 0 \qquad (2.14)$$

$$v_H^2 = \frac{\Omega B c}{2\pi e n_e} \quad , \quad v_A^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho} \qquad (2.15)$$

$$\begin{aligned}(\omega+k^2\eta)\delta B_R - (\omega+k^2\eta)4\pi\delta M_R + \frac{k^2 v_H^2}{2\Omega}\delta B_\phi - \frac{k^2 Mc}{e n_e}\delta B_\phi \\ - \frac{k^2 v_H^2}{2\Omega}4\pi\delta M_\phi + \frac{k^2 Mc}{e n_e}4\pi\delta M_\phi - ik(B-4\pi M)\delta v_R = 0\end{aligned} \qquad (2.16)$$

$$\begin{aligned}(\omega+k^2\eta)\delta B_\phi - (\omega+k^2\eta)4\pi\delta M_\phi + \left[-\frac{d\Omega^2}{d\ln R}\frac{1}{2\Omega} - \frac{k^2 v_H^2}{2\Omega} + \frac{k^2 Mc}{e n_e}\right]\delta B_R \\ \left[\frac{d\Omega^2}{d\ln R}\frac{1}{2\Omega} + \frac{k^2 v_H^2}{2\Omega} - \frac{k^2 Mc}{e n_e}\right]4\pi\delta M_R - ik(B-4\pi M)\delta v_\phi = 0\end{aligned} \qquad (2.17)$$

Sonuç dağılma bağıntısı:

$$\begin{aligned}\omega^4 + 2k^2\eta\omega^3 + \left[\kappa^2 + k^4\eta^2 + 2\left(k^2v_A^2 - \frac{2k^2BM}{\rho} + \frac{k^2M^2 4\pi}{\rho}\right) + \left(\frac{d\Omega^2}{d\ln R} + k^2v_H^2 - \frac{k^2Mc2\Omega}{en_e}\right)\left(\frac{k^2v_H^2}{4\Omega^2} - \frac{k^2Mc}{en_e 2\Omega}\right)\right]\omega^2 \\ + 2\eta k^2\left[\kappa^2 + \left(k^2v_A^2 - \frac{2k^2BM}{\rho} + \frac{k^2M^2 4\pi}{\rho}\right)\right]\omega \\ + \left[\kappa^2\left(\frac{k^2v_H^2}{4\Omega^2} - \frac{k^2Mc}{en_e 2\Omega}\right) + \left(k^2v_A^2 - \frac{2k^2BM}{\rho} + \frac{k^2M^2 4\pi}{\rho}\right)\right] \\ \left[\left(\frac{d\Omega^2}{d\ln R} + k^2v_H^2 - \frac{k^2Mc2\Omega}{en_e}\right) + \left(k^2v_A^2 - \frac{2k^2BM}{\rho} + \frac{k^2M^2 4\pi}{\rho}\right)\right] + \kappa^2k^4\eta^2 = 0\end{aligned} \qquad (2.18)$$

Balbus&Hawley (1992), disk içindeki diferansiyel dönmeyi besleyen bir kararsızlığın maksimum büyüme oranının yerel Oort A değeri, $\sigma_A \equiv (1/2)|d\Omega/d\ln R|$, ile verildiğini göstermişlerdir. MRI'nın tüm manyetik alan biçimleri, en hızlı büyüme oranı için bu değere sahiptir. Direngenliğin yokluğunda (2.18) dağılma bağıntısının maksimum büyüme oranının bu değere sahip olduğunu göstermek kolaydır. (2.18)'i, boyutsuz parametreler cinsinden yazalım:

$$s = \frac{\omega}{\Omega} \quad , \quad \bar{\kappa} = \frac{\kappa}{\Omega} \quad , \quad X = \left(\frac{kv_A}{\Omega}\right)^2 \quad , \quad Y = \left(\frac{kv_H}{\Omega}\right)^2 \qquad (2.19)$$

$$\bar{\kappa}^2 = 4 + \frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \qquad (2.20)$$

$\eta = 0$ varsayarsak;

$$\frac{\omega^4}{\Omega^4}+\left[\begin{array}{l}\frac{\kappa^2}{\Omega^2}+2\left(\frac{k^2v_A^2}{\Omega^2}-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)+\left(\frac{d\Omega^2}{d\mathrm{lnR}}\frac{1}{\Omega^2}+\frac{k^2v_H^2}{\Omega^2}-\frac{2k^2Mc\Omega}{\mathrm{en_e}\Omega^2}\right)\\ \left(\frac{k^2v_H^2}{4\Omega^2}-\frac{k^2Mc}{2\mathrm{en_e}\Omega}\right)\end{array}\right]\frac{\omega^2}{\Omega^2}$$
$$+\left[\frac{\kappa^2}{\Omega^2}\left(\frac{k^2v_H^2}{4\Omega^2}-\frac{k^2Mc}{2\mathrm{en_e}\Omega}\right)+\left(\frac{k^2v_A^2}{\Omega^2}-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)\right]$$
$$\left[\left(\frac{d\Omega^2}{d\mathrm{lnR}}\frac{1}{\Omega^2}+\frac{k^2v_H^2}{\Omega^2}-\frac{2k^2Mc\Omega}{\mathrm{en_e}\Omega^2}\right)+\left(\frac{k^2v_A^2}{\Omega^2}-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)\right]=0 \qquad (2.21)$$

$$s^4+\left[\bar{\kappa}^2+2\left(X-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)+\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}+Y-\frac{2k^2Mc\Omega}{en_e\Omega^2}\right)\left(\frac{Y}{4}-\frac{k^2Mc}{2en_e\Omega}\right)\right]s^2$$
$$+\left[\bar{\kappa}^2\left(\frac{Y}{4}-\frac{k^2Mc}{2en_e\Omega}\right)+\left(X-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)\right]$$
$$\left[\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}+Y-\frac{2k^2Mc\Omega}{en_e\Omega^2}\right)+\left(X-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\right)\right]=0 \qquad (2.22)$$

Maksimum büyüme oranında, $s = s_m$, (2.22) bağıntısının *X* ve *Y*'ye göre kısmi türevi;

$$s_m^2+X+\frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}+\frac{Y}{8}\left(\bar{\kappa}^2+4\right)-\frac{k^2Mc}{4en_e\Omega}\left(\bar{\kappa}^2+4\right)-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}=0 \qquad (2.22X)$$

$$\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\left(s_m^2+\bar{\kappa}^2\right)+\frac{X}{4}\left(\bar{\kappa}^2+4\right)+\frac{Y}{2}\left(s_m^2+\bar{\kappa}^2\right)-\frac{k^2Mc}{en_e\Omega}\left(s_m^2+\bar{\kappa}^2\right)$$
$$-\frac{1}{2}\frac{k^2BM}{\rho\Omega^2}\left(\bar{\kappa}^2+4\right)+\frac{k^2M^2\pi}{\rho\Omega^2}\left(\bar{\kappa}^2+4\right)=0 \qquad (2.22Y)$$

(2.22*X*) ve (2.22*Y*) bağıntılarından *Y* yok edilir:

$$\left[s_m^2-\frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2\right]\left[X+s_m^2+\bar{\kappa}^2-\frac{2k^2BM}{\rho\Omega^2}+\frac{4k^2M^2}{\rho\Omega^2}\right]=0 \qquad (2.23)$$

İkinci çarpan sıfırdan farklı olduğundan;

$$s_m^2=\frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2$$
$$s_m=\frac{1}{4}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}=\frac{1}{2}\left|\frac{d\ln\Omega}{d\ln R}\right| \quad \text{- Oort A değeri} \qquad (2.24)$$

X ve *Y* (2.22*X*) ve (2.22*Y*) bağıntılarını sağlarsa, s_m^2 de (2.22) numaralı dağılma bağınıtsının çözümü olur. s_m değeri olarak Oort A değerini alırsak, sistemin determinantı sıfır olur. Bu durumda denklemlerden yalnızca birini kullanırız. Bu çalışmada *X*, *Y* cinsinden betimlenecektir.

$$X = -\frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} - \frac{Y}{8}\left(\overline{\kappa}^2 + 4\right) + \frac{k^2 Mc}{4en_e\Omega}\left(\overline{\kappa}^2 + 4\right) + \frac{2k^2 BM}{\rho\Omega^2} - \frac{4k^2 M^2 \pi}{\rho\Omega^2} \tag{2.25}$$

(2.25) denkleminin son üç terimi, manyetizasyonun katkısından gelen ek terimlerdir. Bunlar boşlandığında Y=0 limitinde, $X \geq 0$ olması yalnızca dışa doğru azalan açısal hızlar için olasıdır. Zaten manyetik dönme kararsızlığı $d\Omega^2/dR < 0$ olmasını gerektirir. Hall etkisinin eklenmesi, $Y< 0$ olmasını sağlar. Bu da bize $d\Omega^2/dR > 0$ olsa bile iyi tanımlanmış pozitif X parametresini verir. Manyetizasyon eklendiğinde X'in pozitif olma koşulu,

$$\frac{k^2 Mc}{4en_e\Omega}\left(\overline{\kappa}^2 + 4\right) + \frac{2k^2 BM}{\rho\Omega^2} - \frac{4k^2 M^2 \pi}{\rho\Omega^2} > 0 \tag{2.26}$$

olmasıyla olasıdır.

(2.22) bağıntısında, (2.25) kullanılırsa,

$$s^4 + \left[\frac{1}{4}(Y-4)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 - \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}(Y-4) + \left(\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right)^2\right]s^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2\left[\frac{1}{4}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 - (Y-4)^2 + 4\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\left(Y - 4 - \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right)\right] = 0 \tag{2.27}$$

$$s^4 + c_2 s^2 + c_0 = 0 \tag{2.28}$$

$$c_2 = \frac{1}{4}(Y-4)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 - \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}(Y-4) + \left(\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right)^2 \tag{2.29}$$

$$c_0 = \frac{1}{64}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2\left[\frac{1}{4}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 - (Y-4)^2 + 4\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\left(Y - 4 - \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right)\right] \tag{2.30}$$

Standart çözüm,

$$A = (Y-4) \quad , \quad B = \frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R} \quad , \quad C = \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega} \tag{2.31}$$

$$\Delta = \frac{1}{16}A^4 + \frac{3}{2}A^2B^2 - \frac{1}{2}A^3B + B^4 - 2B^3A = \left(\frac{1}{2}A - B\right)^4 = \left[\frac{1}{2}(Y-4) - \frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right]^4 \tag{2.32}$$

$$s_1^2 = \frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 = s_m^2 \tag{2.33}$$

$$s_2^2 = -\frac{1}{4}(Y-4)^2 + \frac{1}{16}\left(\frac{d\ln\Omega^2}{d\ln R}\right)^2 + (Y-4)\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega} - \left(\frac{k^2 Mc}{en_e\Omega}\right)^2 \tag{2.34}$$

3. Sonuç

Genç yıldızımsı nesnelerin toplanma disklerinde Hall etkisi, manyetik dönme kararsızlığını bastırıcı yönde etki yapmaz (Balbus & Terquem, 2001). Hall etkisinin dikkate alınmasıyla manyetik dönme kararsızlığı daha genel bir nitelik kazanır. Standart MRI yalnızca açısal hızın dışarıya doru azaldığı disklerde ortaya çıkarken, Hall etkisinin görüldüğü disklerde, açısal hızın değişimi hangi yöne olursa olsun kararsızlık ortaya çıkacaktır. Balbus & Terquem (2001) çalışması, diamanyetizmi dikkate almamıştır. Diamanyetizmi dikkate alan çalışmamız adı geçen yazarların çalışmasının bir uzantısıdır. Yaptığımız çözümlemede, diamanyetik etkinin manyetik dönme kararsızlığını nasıl etkilediği manyetizasyonun genliğine bağlıdır. Bu konudaki yayın taramamız henüz tamamlanmadığından bir sonuca ulaşmamız olası değil. Kararsızlığın maksimum büyüme oranını da Oort A değerinde bulduk. Bu sonucumuz, evrensel bir geçerliliği olan manyetik dönme kararsızlığının bu özelliğinin doğrulanması yönünde olmuştur. Diamanyetizmin kataklizmik değişen yıldız ve AGN toplanma disklerinde de geçerli olup olmadığını araştırmak bir sonraki araştırmamızın konusu olacaktır.

Kaynaklar:

Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991, ApJ, 376,214

Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1992, ApJ, 392,662

Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1998, Rev.Mod.Phys., 70,1

Balbus, S. A., & Terquem, C., 2001, ApJ, 552,235

Bodo, G., Ghisellini, G., Trussoni, E., 1992, MNRAS, 255, 694

Pringle, J.H., 1981, ARA&A, 19,137

Shakura, N.I.& Sunyaev, R.A., 1973, A&A, 24, 337

Singal, A.K., 1986, A&A, 155, 242