

V2109 Cyg Yıldızının Salınım Özellikleri

Nesibe Özel, Halil Kırbıyık, R. Civelek, N. Kızıloğlu

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara
nozel@photon.physics.metu.edu.tr

Özet:Bu çalışmada, Hiparkos uydusunun keşfettiği, salınım yapan ve delta scuti yıldızı olan V2109 Cyg'nin modellenmesi yapılmıştır. Salınım denklemlerinin elde edilmesinde çekimsel potansiyel enerjinin pertürbasyonu da dahil edilmiştir. Uygun sınır koşulları kullanılarak çözümler elde edilmiştir. Gözlenen frekanslar (5,3745 /gün ve 5,8332 /gün) makul hassasiyet aralığında bulunmuştur. Radyal salınımlarda, küçük harmoniklerden büyük harmoniklere doğru gidildikçe Cowling yaklaşıklığının daha çok hata verdiği bulundu. Benzer gidişat radyal olmayan titreşimlerde de gözlenmiştir. Çalışma, başka iki kütleyle daha uygulanmış ve çekimsel potansiyel enerjideki pertürbasyonun kütlelere göre değişim gösterip göstermediği de araştırılmıştır.

1. Giriş

V2109 ($V = 7^m.5$, F_0) yıldızı salınım yapan bir yıldızdır. Hiparcos uydusu (ESA 1997) keşfetmiş ve kısa dönemli RRc değişken yıldızı olarak sınıflandırılmıştır. İlk kez fotometrik ölçümleri Kiss ve diğ. (1999) tarafından yapılmıştır. Yıldızla ilgili parametreler şöyledir: $M_{bol} = 0.73 \pm 0.43$ kadir, $< T_e > = 6800 \pm 200$ K, $\log g = 2.7 \pm 0.2$, $R = 4.6 \pm 0.9 R_o$, $M = 0.5 \pm 0.3 M_o$. V2109 un belki de ikinci "overtone" da salınım yaptığını önermişlerdir. Diğer yandan, Kazarovets ve diğ. (1999) delta scuti olarak sınıflamış ve Rodriguez ve diğ. (2000) de aynı yıldızı kataloglarında δ Scuti diye adlandırmıştır. Bu bulgularını Hauck ve Mermilliod (1998) un gözlemlerine dayandırmıştır. Daha yenide ise Rodriguez ve diğ. (2000) tekrar delta scuti türü değişken olarak sınıflamışlardır. Yıldızın salınım periyodu için, Hiparkos verileri $0^s.1860656$ ve Kiss ve diğ. de $0^s.186049$ vermektedir. Gomez-Forrellad (2003) ise aynı yıldız için $0^s.18606637$ periyodunun bulmuştur.

V2109 Cyg ile ilgili tür tartışmalarına açıklık getirmek amacıyla Rodriguez ve diğ. (2003) yeni fotometrik ve spektroskopik gözlemler yaptılar. Bu çalışmaları sonucu V2109 yıldızı için $0^s.1860652$ dönemini buldular. Bu değerini Hiparkos uydusunun öngördüğü periyotla uyuştuğunu ve Kiss ve arkadaşlarının (1999) ileri sürdüğü gibi döneminde herhangi bir değişkenliğin söz konusu olmadığı sonucuna varmışlardır. Rodriguez ve diğ. (2003) yıldız için salınım frekansları tayin etmiş ve temel frekans olarak $f_1 = 5.3745$ /g ve ikinci bir frekans olarak da 5.8332 /g bulmuşlardır (bak Tablo 1). Söz

konusu frekans veya periyotların oranlarına bakıldığında ($P_2/P_1 = f_1/f_2 = 0.92$), frekanslardan birisinin radyal olmayan tipte olduğu anlaşılmaktadır. Sonuç olarak, f_1 frekansının temel ve f_2 frekansının da radyal olmayan frekans olduklarını önermişlerdir.

Tablo 1. V2109 Cyg yıldızının gözlenen salınım frekansları

Frekans (/g)	V deki genlik (mkad)
$f_1 = 5.3745$	83.91
$2f_1 = 10.7490$	11.07
$f_2 = 5.8332$	10.01

Rodriguez ve arkadaşları V2109 Cyg yıldızının fiziksel parametrelerini tekrar elde etmiş ve Kiss ve arkadaşlarından biraz farklı değerler bulmuştur. Buldukları parametreler $M_{bol} = 1^m.15 \pm 0.3$ kad, $T_e = 7080 \pm 110$ K and $\log g = 3.67 \pm 0.3$; ve kütlesi de 2.09 and $2.00 M_o$ olarak önerilmiştir. Bulunan değerlerden, yıldızın öbek I δ scuti tipi değişken olduğu, anakoldan biraz ileriye evrimleştiği, $5.3745/g$ ve $5.8332/g$ frekanslarında salınım yaptığı ve bu frekanslardan birinin radyal olmayan titreşime karşı geldiği sonucunu çıkarmışlardır.

Bu çalışmada V2109 Cyg yıldızının, çekimsel potansiyel enerjideki pertürbasyonu da dikkate alarak, salınım özellikleri incelenmiştir.

2. Model

Bu çalışmada Yıldız & Kızıloğlu (1997) ve Ezer'in evrim kodu kullanılmıştır (Ezer & Cameron 1967). OPAL opsite tabloları (Iglesias et al. 1992) ve hal denklemi için MHD kullanılmıştır (Mihalas et al. 1990).

Bildiri tam metni için : Nesibe ÖZEL
e-mektup: nozel@photon.physics.metu.edu.tr

1.9M₀ – 2.2M₀ kütleleri arasında bir dizi evrim modelleri hazırlanmıştır. Modellerin evriminde Güneş kimyasal bolluğu ((X,Z) = (0.7, 0.02)) kullanılmış ve karışma parametresi olarak da α = 1.75 alınmıştır. Bu modeller arasında, V2109 Cyg ile uyum sağlayan en iyi modelin 2.1 Mo olduğu gözlenmiştir. Bu modelin özellikleri Tablo II de verilmiştir.

Tablo II. V2109 modelinin özellikleri

M (M ₀)	L (L ₀)	R (R ₀)	T _e (K)	ρ _c / <ρ>
2.10	35.96	4.05	7031.9	7.26x10 ⁴

3. Çapsal ve çapsal olmayan salınımlar

Çapsal adyabatik salınımları idare eden çizgisel denklemleri elde etmek için klasik lineer teori kullanılmıştır (Ledoux & Walraven 1958). Yıldızın yapısını tanımlayan temel denklemler; kütle, momentum ve enerji korunumu denklemleridir. Bu denklemler ve Poisson denklemi lineer hale getirilmiştir. Bunu yaparken tüm fiziksel büyüklükler aşağıdaki gibi yazılmıştır (pertürbasyonun yazılış şekli);

$$f'(r, \theta, \phi; t) = f'(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t}$$

Burada Y_l^m(θ,φ) küresel harmonik fonksiyonunu göstermektedir. l küresel harmonik derecesi, m dönmeye bağlı açısız parametre ve σ da salınımların açısız frekansıdır. Tüm salınımlar adyabatik olarak ele alınmıştır. Çapsal denklemler ikiye indirilerek (Hansen & Kawaler 1995) ve çapsal olmayan denklemler de birinci dereceden 4 denklemler olarak (Cox 1980) belli sınır şartlarına tabi olarak çözülmüştür. Lineer denklemlerin çözümünde her zamanki iterasyon tekniği kullanılmıştır. Başlangıç olarak salınım frekansı için bir değer alınmış ve kendi içinde tutarlı bir çözüm buluncaya kadar iterasyona devam edilmiştir (Al-Murad & Kırbayık 1995).

4. Sonuçlar ve Tartışma

Öncelikle V2109 un belki de ikinci harmonikte salınım yapıyor olabileceği üzerinde duruldu (Kiss ve diğ. 1999). Verilen ışınım gücü ve etkin sıcaklık aralığında 0^e.18603 periyodu birinci veya ikinci harmonik frekans olamaz. Bu frekans birinci harmonik olarak 1.5M₀ den daha küçük kütlelerde elde edilebilir ki bu da gözlemlerle çelişmektedir.

Tablo II de özellikleri verilen model Cowling yaklaşıklığı kullanılmadan çapsal ve çapsal olmayan salınımlar için incelenmiştir. İki durumu karşılaştırmak için Cowling yaklaşıklığı kullanılarak da hesaplamalar yapılmıştır.

φ' (çekimsel enerjideki pertürbasyon) dahil iken ve dahil değil iken çapsal salınım frekansları hesaplanmış ve Tablo III de verilmiştir. Benzer şekilde çapsal olmayan salınım frekansları için yapılmış ve Tablo IV de verilmiştir.

Tablo III: V2109 yıldızının çapsal salınım frekansları (l= 0).. C ve NC Cowling yaklaşıklığının olduğu ve olmadığı durumu göstermektedir. Hesaplamalar 2.1 güneş kütlesi içindir.

Mod	N _p	N _g	fgöz	f _C (φ'=0)) g ⁻¹	f _{NC} (φ' ≠0) g ⁻¹	(f _{NC} -f _C) /f _C
F	0	0	5.3745	5.3741	5.3710	0.001
P ₁	1	0		6.9920	6.9830	0.001
P ₂	2	0		8.7650	8.7491	0.002
P ₃	3	0		10.5824	10.5497	0.003
P ₄	4	0		12.3645	12.2903	0.006

Bu çalışmada iki şey amaçlanmıştır. Birincisi, V2109 yıldızının, φ' ≠ 0 durumunda modellenerek gözlenen frekanslarının elde edilmesi. Daha önce verildiği gibi bu yıldızda gözlenen sadece iki frekans mevcuttur. Bunlar 5.3745 /g (çapsal mod) ve 5.8332 /g (çapsal olmayan mod. Tablo I ve III de görüldüğü gibi söz edilen modelimizde çapsal temel frekans olarak 5.3710 /g elde edildi. Gözlenenle karşılaştırıldığında bindebirlik hata sınırı içinde olduğu görülür. Diğer yandan küçük l değerleri için yapılan çapsal olmayan hesaplamalarda (bak Tablo IV) da gözlenen frekanslar belli duyarlılıkta elde edilmiştir. Çapsal olmayan frekans olarak tanımlanan 5.8332 /g lük frekans tüm l değerlerinde bulunmuştur. Ancak gözlenen bir salınım olduğu için en iyi seçim belki de l = 1 de N_p = 1, N_g =20 veya l = 2 de N_p = 1, N_g = 21 dir (bak Tablo IV).

N. Özel vd. : V2109 Cyg Yıldızının Salınım Özellikleri

Tablo IV: $l = 1, 2, 3$ için çapsal olmayan salınım frekansları (ϕ' ve ϕ'' yok iken). C ve NC Cowling yaklaşıklığının olduğu ve olmadığı durumu göstermektedir. Hesaplamalar 2.1 güneş kütlesi içindir.

l	N_p	N_g	$F_{göz}^{-1}$	$f_C(\phi'=0)$ g^{-1}	$ (f_C-f_{göz}) $ g^{-1}	$f_{NC}(\phi' \neq 0)$ g^{-1}	$ (f_{NC}-f_{göz}) $ g^{-1}	$ (f_{NC}-f_C) /f_C$
1	0	21	5.3745	5.454	0.0795	5.409	0.0345	0.020
	1	20	5.8332	5.839	0.0058	5.737	0.0962	0.017
	4	9		12.229		12.204		0.002
	4	8		12.760		12.728		0.003
	5	8		13.863		13.792		0.005
	5	7		14.407		14.545		0.009
	6	7		15.609		15.935		0.021
	6	6		16.465		16.438		0.002
	7	6		17.431		18.150		0.041
	8	6		19.094		18.799		0.015
8	5		19.629		20.268		0.030	
2	0	22	5.3745	5.443	0.0682	5.368	0.0065	0.014
	1	21	5.8332	5.893	0.0598	5.810	0.0232	0.014
	4	9		12.349		12.211		0.011
	4	8		13.063		12.950		0.009
	5	8		13.976		13.642		0.024
	5	7		14.737		14.811		0.005
	6	7		15.749		15.415		0.021
	6	6		16.406		16.826		0.026
	7	6		17.855		17.688		0.009
	7	5		18.344		18.844		0.027
8	5		19.861		20.519		0.033	
3	0	21	5.3745	5.318	0.0565	5.356	0.0185	0.007
	0	19	5.8332	5.725	0.1082	5.788	0.0452	0.011

Bu çalışmanın ikinci bir amacı da çekimsel enerjideki pertürbasyonun etkisini görmektir. Çapsal hesaplamalarda, düşük harmoniklerden büyüklere doğru gidildikçe ϕ' lü ve ϕ'' süz sonuçlar arasındaki fark büyümektedir (bak Tablo III , son kolon). Çıkarılacak sonuç; eğer büyük harmoniklerdeki frekanslar sözkonusu ise Cowling yaklaşıklığının tam sonuç vermediğidir, ϕ' hesaba katılmalıdır. Bununla beraber, Cowling yaklaşıklığının, çapsal temel frekans için yüksek duyarlılıkta sonuç verdiğini vurgulamak gerekir.

Çapsal olmayan hesaplamalarda da, düşük frekanslardan yüksek frekanslara gidildikçe göreceli olarak farklar artmaktadır. Başka bir deyişle büyük frekanslar söz konusu ise Cowling yaklaşıklığı yetersizdir diyebiliriz.

Bunlardan başka kütlelerin de etkisini görmek istedik ve değişik kütleler üzerinde aynı incelemeyi sürdürdük. V2109 dan başka iki kütle daha denedik, 1.8 ve 2.6 güneş kütleli modeller. Özellikleri Tablo V de verilmiştir. Kütle seçiminde dikkat edilen husus tümünün delta scuti bandı içine düşüyor olmasıdır. Yeni modellerin etkin sıcaklıklarını

V2109 unki ile hemen hemen aynı aldık. Bunlarla ilgili çapsal salınım hesaplamalarının sonuçları Tablo VI da verilmiştir ($l = 0$ için). Görüldüğü gibi sonuçlar V2109 un sonuçlarıyla paralellik taşımaktadır.

Çapsal salınımlarda, benzer modların frekansları karşılaştırıldığında, kütle arttıkça, buna karşı gelen frekans daha düşük değerde oluşmaktadır. Örneğin, $7.931 g^{-1}$, $5.371 g^{-1}$ ve $3.229 g^{-1}$ frekansları sırayla 1.8, 2.1 ve 2.6 güneş kütlelerine karşı gelmektedir. Çapsal olmayan frekanslarda da durum buna benzemektedir.

Sonuç olarak, çekimsel enerjideki pertürbasyonun hesaplamalara dahil edilmesinin problemin tam çözümü ve yüksek duyarlılık için gerekli olduğunu söyleyebiliriz. Ancak, bizim modellerimizin kapsamı içerisinde çok önemli olmayabileceğini de söylememiz gerekir.

N. Özel vd. : V2109 Cyg Yıldızının Salınım Özellikleri

Tablo V : Model yıldızların özellikleri. Tüm modeller merkezlerindeki hidrojeni yakmıştır.

M (M_{\odot})	L (L_{\odot})	R (R_{\odot})	T_e (K)	$\rho_c / \langle \rho \rangle$
1.8	19.50	2.98	7032.8	1.54×10^4
2.1	35.96	4.05	7031.9	7.26×10^4
2.6	80.36	6.04	7034.0	2.10×10^5

Tablo VI : 1.8, 2.1 ve 2.6 güneş kütleleri için çapsal salınım frekansları ($l=0$). C ve NC Cowling yaklaşıklığı olduğu ve olmadığı durumu göstermektedir.

Kütle		F	P_1	P_2	P_3	P_4
1.8	$F_C(\dot{\phi}=0)$	7.943	10.302	12.891	15.527	18.118
	$F_{NC}(\dot{\phi} \neq 0)$	7.931	10.291	12.875	15.509	18.084
	$ F_{NC} - F_C / F_C \times 100$	0.15	0.11	0.12	0.12	0.19
2.1	$F_C(\dot{\phi}=0)$	5.379	6.992	8.765	10.582	12.365
	$F_{NC}(\dot{\phi} \neq 0)$	5.371	6.983	8.749	10.550	12.290
	$ F_{NC} - F_C / F_C \times 100$	0.15	0.13	0.18	0.30	0.60
2.6	$F_C(\dot{\phi}=0)$	3.234	4.230	5.306	6.388	7.446
	$F_{NC}(\dot{\phi} \neq 0)$	3.229	4.225	5.297	6.375	7.420
	$ F_{NC} - F_C / F_C \times 100$	0.15	0.12	0.17	0.20	0.35