

TOPLANMA DİSKLERİNDE MANYETİK-DÖNME KARARSIZLIĞI ÜZERİNDEKİ SONLU LARMOR YARIÇAPI ETKİSİ

Ebru AKBAŞ¹, E. Rennan PEKÜNLÜ²

¹Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 35100, Bornova/İZMİR
akbas@astronomy.sci.ege.edu.tr,

²Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 35100, Bornova/İZMİR
rpekunlu@astronomy.sci.ege.edu.tr

Özet: Sonlu Larmor yarıçapı (FLR) etkisinin Genç Yıldızimsı Nesnelere (YSO) disklerindeki manyetik dönme kararsızlığı üzerindeki sonuçları incelenmiştir. Doğrusal kararlılık analizi yapılarak kararsızlık koşulu çıkarılmıştır. FLR etkisi, manyetik alanın açılma hız vektörü ile aynı doğrultuda olması halinde ($\Omega \cdot \mathbf{B} > 0$) manyetik gerilme kuvvetine katkıda bulunarak diskin kararsız olduğu dalgasayı aralığını artırır. Kararsız modun maksimum büyüme oranı 0.75Ω düzeyindedir. Ancak Ω ile \mathbf{B} nin zıt doğrultuda olması halinde ($\Omega \cdot \mathbf{B} < 0$) FLR onarıcı kuvvetlere katkıda bulunarak diski kararlı kılar, maksimum büyüme oranı yarıya düşer.

Anahtar kelimeler: toplanma:toplanma diski- MHD- kararsızlık- sonlu Larmor yarıçapı

Abstract: In this study, we investigated the consequences of the finite Larmor effect (FLR) on the magnetorotational instability (MRI) that is believed to be present in Young Stellar Objects (YSOs). Instability condition is derived through linear stability analysis. In case the magnetic field and the angular velocity vector are in the same sense (i.e. $\Omega \cdot \mathbf{B} > 0$), FLR increases the wavelength range of the unstable mode by supporting the magnetic tension force. The maximum growth rate of the unstable mode is of the order of 0.75Ω . Nevertheless, when $\Omega \cdot \mathbf{B} < 0$, FLR aids to the stability of disk by contributing to the restoring forces and the maximum growth rate falls half of its 0.75Ω value.

Key words: accretion: accretion disk-MHD-instability-finite Larmor radius

1. Giriş

Toplanma diskleri, değişik türden gök cisimlerinin çevresinde bulunan yapılardır. Etkin Gökada Ötekleri (Active Galactic Nuclei-AGN), Genç Yıldızimsı Nesnelere (Young Stellar Objects-YSO), Cüce Novalar (Dwarf Novae-DN) bu tür yapıları barındırır.

Toplanma disklerinin çözümsüzlüğünü uzun süre korumuş olan özelliği, açılma momentumunun dışarıya taşınması sorunudur. Hidrodinamik bağlamda çözülemeyen bu sorun 1990'ların başında Manyetik Hidro Dinamik (MHD) bağlamda çözülmüştür (Balbus & Hawley, 1991). Kepler hız profili gösteren, manyetik alana donmuşluk koşulunu iyi sağlayan ve zayıf bir manyetik alan barındıran disklerde, diski kararlı kılan Coriolis kuvvetiyle, diski kararsızlığa sürükleyen manyetik gerilme

kuvveti arasındaki denge ikinciden yana bozulursa diskte ortaya çıkan MHD dalgalarından durgun (standing) yavaş dalga biçimi diski kararsız duruma geçirir. Bu biçim manyetik alan yapısından bağımsızdır ve son derece hızlı büyür. Manyetik alan yeğlinliği birkaç yörünge dönemi içinde 3-4 kat artmaktadır. Balbus-Hawley veya manyetik dönme kararsızlığı (MRI) olarak adlandırılan bu kararsızlık AGN, YSO ve DN'lerin hepsinde görülebilir.

Balbus & Hawley (1992a, 1992b), Balbus, Hawley & Stone (1996) Hawley & Balbus (1991, 1992), Hawley, Gammie & Balbus (1995), Stone, Hawley, Gammie & Balbus (1996) doğrusal olmayan yaklaşımda MRI'nin evrimini incelemiştir. Öykünümler kararsızlığın çalkantıya dönüştüğünü ve disk dinamosunun kurulduğunu göstermiştir. Dışarıya doğru açılma momentum taşınımından sorumlu olan Maxwell stresleri, içeriye doğru taşınımından sorumlu olan Reynolds streslerinden 3-4 kat büyüktür.

Bildiri tam metin için : Ebru AKBAŞ
e-mektup: akbas@astronomy.sci.ege.edu.tr

Balbus & Terquem (2001) YSO disklerinde Hall etkisinin varlığında MRI yı incelemişlerdir. Hız profile nasıl olursa olsun, Hall akımı varlığında toplanma disklerinin kararsız olduğunu göstermişlerdir.

İdeal MHD de akışkan hızı ile electron hızı arasında fark yoktur. İyon ve electron hızları arasındaki fark Hall etkisine neden olur. YSO disklerinde manyetik alan elektronlara donmuştur.

Bu çalışmada, sonlu Larmor yarıçapı (FLR) etkisinin YSO disklerindeki manyetik dönme kararsızlığı üzerindeki sonuçları incelenmiştir. Doğrusal kararlılık analizinden dağılma bağıntısı bulunarak, FLR etkisini içeren kararsızlık koşulu çıkarılmıştır.

2. Temel Denklemler ve Dağılma Bağıntısı

MHD yaklaşımı Maxwell denklemleri ile iyon ve elektronların kinetik denklemlerinin hız momentlerinin birleşimidir. Standart MHD de parçacıkların hareketi manyetik alan çizgilerine bağlı kalır. Rosenbluth *et. al.* (1962) standart MHD yaklaşımının tersine kinetik kuramda iyonların FLR etkisinin flute kararsızlığını bastırıldığını göstermişlerdir. Rudakov (1962) ile Roberts & Taylor (1962) MHD cinsinden bu kinetik etki plazma momentum denkleminde basınç tensörünün köşegenel olmayan elemanları içindeki gyroviskozite (veya manyetik viskozite) olarak kendisini gösterdiğini belirtmişlerdir. Coppi (1964) Ohm yasasındaki Hall terimleri ile stress tensöründeki gyro-viskoz katkının eşit önem taşıdığını göstermiştir.

Bu durumda temel MHD eşitlikleri şöyle verilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\rho \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) - \nabla \cdot \Pi + \left(\frac{\mathbf{B}}{4\pi} \cdot \nabla \right) \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B} - \frac{c(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi n_e e} \right) \quad (3)$$

Dik manyetik alan için FLR yi gözönüne alan stress tensörünün bileşenleri şöyle verilir:

$$\Pi_{RR} = -\rho v \left[\begin{array}{l} \cos \phi \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{R} \right) \\ + \sin \phi \left(\frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} - \frac{v_R}{R} \right) \end{array} \right]$$

$$\Pi_{R\phi} = \rho v \left[\begin{array}{l} \cos \phi \left(\frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} - \frac{v_R}{R} \right) \\ - \sin \phi \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{R} \right) \end{array} \right]$$

$$\Pi_{Rz} = -2\rho v \left[\cos \phi \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \sin \phi \frac{\partial v_R}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} \right]$$

$$\Pi_{\phi\phi} = \rho v \left[\begin{array}{l} \cos \phi \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{R} \right) \\ + \sin \phi \left(\frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} - \frac{v_R}{R} \right) \end{array} \right]$$

$$\Pi_{\phi z} = 2\rho v \left[-\sin \phi \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \cos \phi \frac{\partial v_R}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial R} \right]$$

$$\Pi_{zz} = 0 \quad (4)$$

Burada $v = a^2 \omega_{ic} / 4$ ile verilir. a , iyon Larmor yarıçapı; ω_{ic} , iyon gyro-frekansıdır.

Bu çalışmada manyetik alanın disk düzlemine dik bileşeni olduğunu varsayılmıştır, $\mathbf{B} = B e_z$. Hall akımları ve FLR dikkate alınmıştır. Diskin merkezine konumlanmış standart silindirik koordinatlar (R, ϕ, z) kullanılmıştır. Zaman bağımlı eksensimetrik tedirginlikler $\exp(ik_z z + \omega t)$ biçiminde alınmıştır (bu dağılma bağıntısının katsayılarının gerçek olmasını sağlar). Boussinesq limitinde radyal ve azimutal doğrusallaştırılmış MHD eşitlikleri aşağıdaki gibi verilir:

$$\omega \delta v_R - (2\Omega + 2vk^2) \delta v_\phi - \frac{ikB}{4\pi\rho} \delta B_R = 0 \quad (5)$$

$$\omega \delta v_\phi + \left(\frac{\kappa^2}{2\Omega} + 2vk^2 \right) \delta v_R - \frac{ikB}{4\pi\rho} \delta B_\phi = 0 \quad (6)$$

$$\omega \delta B_R + \frac{k^2 Bc}{4\pi n_e} \delta B_\phi - ikB \delta v_R = 0 \quad (7)$$

$$\omega \delta B_\phi - \left(\frac{k^2 B c}{4\pi n_e} + \frac{d\Omega}{d \ln R} \right) \delta B_r - ikB \delta v_\phi = 0 \quad (8)$$

Boyutsuz parametreler cinsinden dağılıma bağıntısı şöyle verilir:

$$X = \frac{cB\Omega}{2\pi n_e v_A^2} = \frac{v_H^2}{v_A^2} \quad \text{Hall parametresi}$$

$$\tilde{k} = \frac{kv_A}{\Omega}, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{\Omega}, \quad \tilde{\kappa} = \frac{\kappa}{\Omega}, \quad f = \frac{v\Omega}{v_A^2}$$

$$\tilde{\omega}^4 + q_2 \tilde{\omega}^2 + q_0 = 0 \quad (9)$$

$$q_2 = \left[\frac{\tilde{k}^2 X}{4} \left(\tilde{k}^2 X + \frac{d \ln \Omega^2}{d \ln R} \right) + 2\tilde{k}^2 + \tilde{\kappa}^2 + \tilde{k}^2 f (4 + \tilde{\kappa}^2) \right] + 4k^4 f^2$$

$$q_0 = \left[\tilde{k}^2 X + \tilde{k}^2 + \frac{d \ln \Omega^2}{d \ln R} \right] \left[\frac{\tilde{\kappa}^2 \tilde{k}^2 X}{4} + \tilde{k}^2 \right]$$

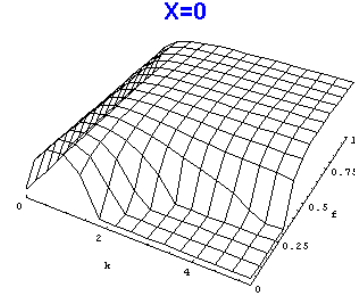
$$+ k^6 X f + \left(\tilde{k}^2 X + \frac{d \ln \Omega^2}{d \ln R} \right) (\tilde{\kappa}^6 X f^2 + \tilde{k}^4 f)$$

$$+ \left(\tilde{k}^2 X + \frac{d \ln \Omega^2}{d \ln R} \right) \frac{(\tilde{\kappa}^2 + 4)X}{4} f$$

(9) denklemi YSO disklerinde dört düşük frekanslı biçimin varlığını gösterir. Routh-Hurwitz kriteri uygulanırsa (kararsızlık için denklemin köklerinden en az birinin pozitif gerçel kısmı olması gerekir) , kararsızlık için koşul:

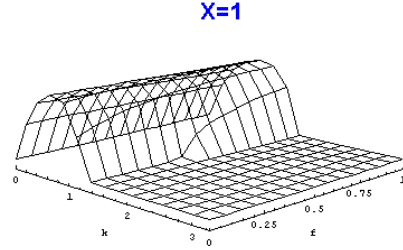
$$q_0 < 0 \quad (10)$$

Kepler diski için sayısal çözümler yapılmıştır. Şekil 1, 2, 3, Hall parametresinin farklı değerlerine göre kritik dalgasayısı-FLR düzlemindeki büyüme oranını göstermektedir. Büyüme oranı yükseklikle orantılıdır. Hall parametresi, Ω ile B aynı (ters) yönlü olduğunda pozitif (negatif) değerlere sahiptir.



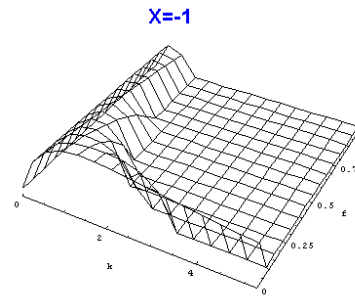
Şekil 1. Kepler diskinde X=0 için, kritik dalgasayısı-FLR düzlemindeki büyüme oranı.

Şekil 1'den görüldüğü üzere Hall parametresinin sıfır olduğu durumda, FLR değeri büyüdükçe kararsız olan dalgasayısı aralığı artmaktadır. Maksimum büyüme oranı 0.75Ω dir.



Şekil 2. Kepler diskinde X= 1 için, kritik dalgasayısı-FLR düzlemindeki büyüme oranı.

Şekil 2, X =1 durumunda FLR nin büyük değerleri için kararsızlık aralığının arttığını göstermektedir. Maksimum büyüme oranı yine 0.75Ω dir.



Şekil 3. Kepler diskinde X= - 1 için, kritik dalgasayısı-FLR düzlemindeki büyüme oranı

Diğerlerinin tersine X= -1 iken FLR nin artan değerlerinde kararsız dalgasayısı aralığı küçülmektedir. Maksimum büyüme oranı da yarıya düşer.

$-4 < X < -1$ aralığında, $FLR=0$ durumunda Hall elektromotif kuvvetin (HEMF) neden olduğu alan çizgisi kaymasının “epicyclic” frekansı ile manyetik gerilme frekansı eşitlenir ve bu iki etki birbirini iptal eder. Bu aralıkta onarıcı gerilme radyal kuvvet olarak mevcut olmadığından HEMF kararsız kılıcı olarak görev yapar. Azimutal tork Alfven terimiyle baskındır, bu da açısız momentum taşınımına izin verir. FLR etkisi Coriolis ve kesme (shear) oranı ile coupled olarak gelir. $-4 < X < -1$ aralığında, onarıcı kuvvetlere katkıda bulunarak diski kararlı kılar. $X \leq -4$ de kararlılığa keskin bir geçiş vardır. $0 < X < 3 = -\frac{d \ln \Omega^2}{d \ln R}$ için Hall akımları kararlı kılıcı iken, FLR etkisi manyetik gerilmeye katkıda bulunarak kararsız kılıcı etkiye sahiptir. $X \geq 3$ için FLR nin kararsızlığa bir katkısı yoktur.

3. Sonuç

FLR terimi, disk Ω ile aynı doğrultuda dik yönde tekdüze bir manyetik alana sahipse diskin kararsız olduğu dalgasayısı aralığını artırır. Ancak disk alanı Ω ile zıt doğrultuda ise MRI nin doğrusal büyümesi bastırılır ve manyetik stresler yoluyla açısız momentumun taşınmadığı bir “ölü bölge” (dead zone) oluşur.

4. Kaynaklar

- Balbus, S.A. & Hawley, J.F., 1991, ApJ, 376, 214
Balbus, S.A. & Hawley, J.F., 1992a, ApJ, 392, 662
Balbus, S.A. & Hawley, J.F., 1992b, ApJ 400, 610
Balbus, S.A. Hawley, J.F. & Stone, 1996, ApJ, 467, 76
Balbus, S.A. & Terquem, C., 2001, ApJ, 552, 235,
Coppi, B., 1965, Phys.Fluids, 8, 2273
Hawley, J.F. & Balbus, S.A., 1991, ApJ ,376, 223,
Hawley, J.F. & Balbus, S.A., 1992, ApJ 400, 595,
Hawley, J.F., Gammie, C.F. & Balbus, S.A., 1995, ApJ, 440, 742
Roberts, K. V. ve Taylor J. B., 1962, Phys. Rev. Lett.,8, 197
Rudakov, L.I., 1962, Nucl. Fusion, 2, 107
Stone, J.M., Hawley, J.F., Gammie, C.F. & Balbus, S.A., 1996, ApJ 463, 656