

## Doppler Görüntüleme Tekniği

Sinem ŞAŞMAZ<sup>1</sup>, A. Emre GÜNEŞER<sup>2</sup>

İstanbul Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Fen Fakültesi, İstanbul  
<sup>1</sup>evgenitr@yahoo.com, <sup>2</sup>emreguneser@hotmail.com

**Özet :** Yıldızların, özellikle atmosferinde kimyasal acayıplıklar gösteren yıldızların, homojen olmayan dağılımlara sahip oldukları bilinmekte ve bunların görüntülenmesine çalışılmaktadır. Bu amaç doğrultusunda geliştirilen tekniklerden biri de Doppler Görüntüleme'dir (DG). Doppler Görüntüleme, spektral çizgi profillerinin dönmeye bağlı değişimlerinden yıldız yüzeyini haritalamayı amaçlar. Tekniğin ilk kullanımı 1958 yılına, Deutsch'un çalışmasına, dayanıyor. Bu çalışmada, Deutsch'un çalışmasından sonraki gelişmeler ve tekniğin temel adımları özetlenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** yıldızlar:görüntüleme – yıldızlar: dönme - Doppler Görüntüleme

**Abstract :** It is known that stars, especially chemically peculiar stars, show inhomogeneous distributions and studied for mapping the distributions. Doppler Imaging (DI) is a powerful method that derives the maps of the surfaces of the stars from the modulation of spectral line profiles due to rotation. DI was first used by Deutsch, who also established the method, in 1958. In this study, we summarized the developments after Deutsch's work and basic steps of the technique.

**Key words:** stars:imaging – stars:rotation - Doppler Imaging

### 1.Giriş

Kimyasal elementlerin ve sıcaklığın yıldız yüzeyindeki homojen olmayan dağılımları, spektral çizgilerin profilleri kullanılarak gösterilebilir. Armin Deutsch çizgi şiddet değişimlerinin yıldız yüzeyini haritalamada bir araç olarak kullanılabileceğini öneren ilk kişidir. Deutsch, 1958 yılında eşdeğer genişlikleri ve spektral çizgilerin radyal hız kaymalarını HD 125248'in yüzey haritalarını oluşturmada kullandı (1958,1970).

Dönmeye bağlı olarak yıldızın farklı elementleri yerel spektral çizgilerinde farklı Doppler kaymaları gösterir. Eğer yüzey bir elementin homojen olmayan dağılımına veya lekeye sahipse, bu elementin (veya lekenin) spektral çizgilerinin gözlenen profilleri dönme fazı ile değişecektir. Böylece spektral çizgilerin gözlemleri ile yıldız yüzeyindeki dağılıma ilişkin bilgiler elde edilebilir.

Elde edilen ilk haritalar: HD 125248 (Deutsch, 1958,1970), 108 Aquarii (Mégessier, 1975),  $\alpha^2$  Carum Venaticorum (Pyper, 1969), HD 173650 (Rice&Wehlau, 1970). Bu çalışmalar fotoğrafik spektrumların kalitesi ve mevcut bilgisayar olanakları ile sınırlıydı. Deutsch'un yöntemindeki en önemli sınırlama, gözlenen spektral çizgilerdeki bilginin tamamının kullanılamamasıdır. Bunun nedeni matematiksel sınırlamalardır. (Deutsch,

harmonik analiz metodunu kullanıyordu.)

Falk ve Wehlau (1974) yıldız yüzeyi üzerindeki her noktada çizgi profilinin Gaussyan olması şartı altında profildeki bütün bilgiyi kullanmayı sağlayan bir yöntem geliştirdi. Bu sabit yerel çizgi profilleri tanımlamak demektir. Bu yöntem daha sonra (1987) Vogt ve ark. tarafından da kullanıldı. Elementin bolluğunun yıldız yüzeyi boyunca değiştiği ve dönme süresince bu bolluk değişiminin spektrumda oluşturacağı etki düşünülürse yöntem gerçeğe uygun sonuçlar vermeyecektir.

Yıldız yüzeyini görüntülemek için önerilen başka bir yol da fiziksel parametrelerin (bolluk, sıcaklık, manyetik alan) dağılımında bir başlangıç durumunun varsayılmasıdır. Böylece varsayılan yüzey dağılımını ifade eden çizgi profilleri hesaplanır. Yüzey dağılımı, gözlenen ve hesaplanan çizgi profilleri arasındaki ayrılık kabul edilebilir bir düzeye indirgenene kadar ayarlanır. Yöntem  $\chi$  Serpentis (Khokhlova& Ryabchikova, 1975), 21 Persei (Preston, 1969), CU Virginis (Krivoscheina ve ark. 1980), 108 Aqr (Mégessier ve ark. 1979) gibi birkaç yıldızda uygulandı. Yöntemin ilk kullanımı 1966 yılı olarak gözükmüyor. 1966'da Böhm-Vitense elementlerin dağılımını eksen simetrik varsayarak  $\alpha^2$  CV'nin Cr II ve Eu II dağılımlarını inceledi. Vogt ve Penrod bu yöntemi ilk olarak 1982'de kullandılar ve 1987'deki makalede de yöntemlerini geliştirdiler. 1982'den sonra Vogt ve Penrod' un, metodu "Doppler Görüntüleme" olarak isimlendirmeleri üzerine dönmeye bağlı Doppler kaymasından yıldız

Poster tam metni için : Sinem ŞAŞMAZ  
e-mektup: evgenitr@yahoo.com,

yüzeyini haritalayan yöntemler bu isimle anılmaya başlandı. 1987'deki makalede çalışılan yıldız için aynı zamanda bu tekniğin uygulandığı ilk soğuk yıldız diyebiliriz.

1970' lerde Goncharsky ve ark. ilk kez dijital bilgisayar kodu geliştirdiler ve bunu minimizasyon tekniklerinden de faydalanarak çizgi profillerinin harita elde etmek üzere dönüştürülmesinde kullandılar. Daha sonra Khokhlova'nın önerisiyle Wehlau, Rice, Khokhlova ve Piskunov ortak çalışmaya başladılar ve ilk proje bir Ap yıldızı olan eUMa'nın yüzey haritalarının oluşturulmasıydı. (1981)

## 2. İntegral Denklemi

Daha önce de belirtildiği gibi görüntüleme için fiziksel parametrelerin dağılımında başlangıçta bir varsayımın yapılması gerekiyor. Bu keyfilik Doppler Görüntüleme'nin zayıf bir noktasıdır. DG'nin sınırlamalarının yüzey dağılımı bilinen bir çok sanal yıldızla testler yapılarak belirlenmesine ve hataların görüntüden uzaklaştırılmasına çalışılmaktadır. Yapılan tahmine bağlı olarak yerel çizgi ve süreklilik şiddetleri hesaplanır, dönme nedeniyle genişlemiş çizgi profillerini elde etmek için yıldızın görünür tüm yüzeyi üzerinden bir integrasyonda kullanılır:

$$R_{calc}^*(\lambda, \phi) = \frac{\iint I_l [M, \theta, \lambda + \Delta\lambda_D(M, \phi)] \cos \theta dM}{\iint I_c(M, \theta) \cos \theta dM}$$

Denklemden;

$I_c, I_l$  : Süreklilik ve çizgi şiddetleri

$M$  : Yıldız diski üzerinde enlem ve boylamla belirtilen konum

$\theta$  :  $M$ 'deki yüzey normali ve Görüş doğrultusu arasındaki açı

$\Delta\lambda(M, \phi)$  : Yıldızın dönmesine bağlı  $M$  deki Doppler kayması

Bu denklemden de görülebileceği gibi görüntü elde etmenin temeli, parametrelerin dağılımını  $M$ 'nin fonksiyonu olarak ifade etmektir.

Vogt ve arkadaşlarının 1987 deki çalışmasından bu yana kullanılan bir yöntem, yıldız yüzeyini eşit alanlı bölgelere bölmektir. Disk üzerinden integre edilmiş spektruma bir yüzey bölgesinin katkısı bölgenin izdüşüm alanına, kenar açısına ve Doppler kaymasına bağlıdır. Bu nicelikler her bir yüzey elemanı için her rotasyon fazında hesaplanmalıdır.

Burada dikkat edilmesi gereken iki durum var : İlki yüzey elemanlarının alanlarının eşit olup olmama durumu, diğeri ise büyüklüğüdür. Elemanların alanının eşit olması tercih edilir. Eğer eşit değilse minimizasyonda kullanılan gradyent düzenlenir. Bu kutup civarındaki bölgenin daha iyi oluşturulmasını sağlar. Eğer kullanılan eleman çok geniş ise uçlarındaki Doppler kaymaları birbirinden oldukça farklı olacaktır. Böyle bir eleman eğer kenarda ise izdüşüm alanı bozulacak, çok küçük eleman ise hesaplama zamanını arttıracaktır.

## 3. Hata Fonksiyonu

$R_{calc}^*(\lambda, \phi)$  hesaplandıktan ve  $R_{obs}^*(\lambda, \phi)$  gözlemlerden elde edildikten sonra hata fonksiyonu oluşturulur. Bu fonksiyon gözlemler ile hesapların ne derece farklı olduğunu ifade eder. Bundan sonraki işlem iteratif olarak hata fonksiyonunu gözlemlerdeki hatayla uyumlu olacak şekilde minimuma indirmeye çalışmaktır.

$$E = \sum_{\phi} \sum_{\lambda} [R_{calc}^*(\lambda, \phi) - R_{obs}^*(\lambda, \phi)]^2 + f(M)$$

Yüzey haritalamanın önemli adımlarından biri de yıldız yüzeyi üzerindeki her noktada ( $M$ ) fiziksel parametrelerdeki değişimlere hata fonksiyonu ( $E$ )'nun duyarlılığının gradyentini belirlemek ve gradyenti hata fonksiyonunu minimize etmek için kullanmaktır. Bu yöntem ile yüzey üzerindeki dağılım, aradaki ayrılık azalana kadar ayarlanır.

Gözlemsel verilerdeki gürültü, faz boşlukları ve  $DI$ 'nin sınırlamaları sonsuz sayıda çözüm verir. Bu çözümler hata limitleri içerisinde gözlemlerle uyuşabilir. Yani aynı veri setiyle birbirinden farklı yüzey haritaları üretilebilir. Dolayısıyla tek türlü bir çözüm bulmak için problem düzenlenir. Bunun anlamı çözümün sadece a priori kriterler izlenerek seçilmiş yüzey dağılımlarının sınırlı seti içinde aranacağıdır. (Piskunov&Kochukhov)

$f(M)$  fonksiyonu datalardaki hataların etkilerini kontrol altında tutmak için kullanılır. Bu fonksiyonun genelde kullanılan iki şekli vardır:

1. Tikhonov Fonksiyonu
2. Maksimum Entropi

Tikhonov Fonksiyonu ve Maksimum Entropi'nin karşılaştırılması Rice, Wehlau, Khokhlova (1989) ve özellikle Piskunov, Tuominen, Vilhu (1990) tarafından yapıldı. Eğer kullanılan veri iyi ise yani S/N oranı yüksek ise (~500:1) penalti fonksiyonu haritada çok küçük bir etkiye neden olacaktır. Böylece hangi fonksiyonun kullanılacağı önemli olmayacaktır. Bu noktada diğer etkenler haritada daha büyük etkilere neden olacaktır.

#### 4. Matris Denklemi

Haritalanan fiziksel değişken ile çizgideki rezidüel şiddet arasındaki ilişki lineer değildir. Vogt, Penrod ve Hatzes bu durumdan dolayı ortaya çıkan hesaplama zorluklarının üstesinden gelmek için problemi matris formunda yazdılar :

$$D = I.R$$

Burada ;

D: Fazın bir fonksiyonu olarak gözlenen spektral çizgi profillerini temsil eden bir vektör.

I: Yıldız yüzeyi boyunca bir spektral çizginin yerel eşdeğer genişliklerini temsil eden bir görüntü vektörü

R: Dönüşüm Matrisi ; Görüntü uzayı ve veri uzayı arasında dönüşümü sağlar.

Bu denklemin çözümü, görüntü vektörünü elde etmek, için ;

$$I = D.R^{-1}$$

Denklemden de görülebileceği gibi R matrisinin tersini bulmak gerekir. Fakat pratikte bu yapılamıyor! Bunun yerine görüntü ve data uzayı arasında dönüşüm için gereken mümkün bütün görüntü vektörleri arasında gözlemsel data ile uyuşan birini bulmaktır. veri seti ile uyuşan mümkün görüntü vektörlerinin sayısı fazla olabilir. Bu nedenle en iyi çözümü seçmek için bazı kriterler oluşturulmalıdır. Bu kriterlerden biri de en basit ve en düzgün görüntüyü seçmektir. Bunun anlamı bilinen gürlüğü seviyesi içinde datayla uyuşan ve en az derecede bilgiyi içeren görüntüdür. MEMSYS bu düşünce temel alınarak geliştirilmiş bir bilgisayar programıdır.

Bu düşünceye göre en az bilgi içeren görüntünün entropisi maksimum olacaktır. Entropi ;

$$S = - \sum_{j=1}^n p_j \log p_j$$

olarak ifade edilmiştir .

Burada  $p_j$  normalize görüntü niceliğidir ve

$$p_j = \frac{d_j}{\sum_i d_i}$$

ifadesi ile verilir.

#### 5. Yerel Çizgi Profilleri

##### 5.1. Analitik Yaklaşım

Yerel çizgi profilinin çözümü analitik yaklaşımla veya transfer denkleminin nümerik integrasyonu ile verilebilir. Nümerik integrasyon kullanılması durumunda genelde ele alınan atmosfer modelleri gerçek atmosfer ile uyuşmayacaktır. Bu durum ise oluşturulan haritada hatalara neden olacaktır.

Yukarıda da belirtildiği gibi oluşturulan haritanın gerçeği yansıtması için hata fonksiyonu E'nin, mümkün olduğunca minimize edilmesi gerekmektedir. Bunun yapılabilmesi için  $R_{calc}^*$  'ın hesaplanmasında kullanılan yerel çizgi profillerinin gerçek profilleri doğru olarak yansıtması gerekmektedir. Goncharsky ve ark. (1982) yerel çizgi profillerini elde etmek için Minneart Yaklaşımı'nı (1935) kullandılar:

$$R(\lambda, M) = \frac{R(\lambda_c, M)\tau(M)k(\lambda)}{R(\lambda_c, M) + \tau(M)k(\lambda)}$$

$\lambda_c$ : Çizginin merkezindeki dalgaboyu

$\tau(M)$ : Optik derinlik

$k_\lambda$ : Çizgi absorpsiyon katsayısı

Burada R ( $\lambda_c$ , M) için analitik ifade kullanılarak R ( $\lambda, M$ ) düzenlenebilir.

$$R(\lambda_c, M) = C_1 \{1 - \exp[-C_2 \tau(\lambda_c, M)]\}$$

$$C_1 = \lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\lambda_c, M) \quad C_2 = sbt$$

Gözlemlerle uyuşan sonsuz sayıda çözüm elde edilebileceği için problem, Tikhonov Fonksiyonu veya MEM ile düzenlenmelidir. Yerel çizgi profillerini elde etmede kullanılan bu analitik yaklaşım hesaplamaları oldukça hızlandırır.

R ( $\lambda_c, M$ )'nin optik derinliğin fonksiyonu olarak verilmesi atmosfer modeli kullanılarak hesaplanan profillerle karşılaştırıldığında Minneart ifadesi daha iyi bir yaklaşıklık verir.(Pavolava & Khokhlova, 1980)

##### 5.2. Atmosfer Modeli

$$\cos \theta \frac{dI(M, \theta, \lambda, \tau_\lambda)}{d\tau_\lambda} = I(M, \theta, \lambda, \tau_\lambda) - S(M, \lambda, \tau_\lambda)$$

Bu durum bir atmosfer modeli aracılığıyla radyatif transfer denkleminin nümerik integrasyonunu gerektirir. Böyle bir işlem hesaplama süresini arttıracaktır. Bazı araştırmacılar (Rice, Hatzes) her defasında yerel çizgi profillerini hesaplamak yerine

çeşitli çizgiler için hesaplama yapıp bunları tablo haline getirdiler ve profiller artık bu tablodan interpolasyon ile elde edilmeye başlandı. Ancak manyetik alanın varlığında böyle bir tablo oluşturulamıyor!

### 6. Zeeman-Doppler Görüntüleme

Şimdiye kadar Doppler genişlemesinin çizgi profiline hakim olduğu, Zeeman etkisinin dolayısıyla manyetik alan varlığının dikkate alınmadığı, alan şiddetinin çok zayıf olduğu durumlarda yüzey görüntülemesi yapan çalışmalara değinilmiştir. Ancak manyetik alan şiddetinin güçlü sayılabilecek değerlere ulaşması durumunda çizgide Zeeman etkisi nedeniyle meydana gelen genişleme de dikkate alınarak yıldızın manyetik alanının şiddeti ve konfigürasyonu elde edilebilir. Bu yöntem Zeeman-Doppler Görüntüleme olarak isimlendirilir. Manyetik görüntüleme durumunda transfer denklemine Stokes parametreleri de dahil olur. Böylece denklem:

$$\mu \frac{dI}{dz} = -KI + j \quad I = (I, Q, U, V)$$

şeklini alır. Denklemin sağ yanı atmosfer modeline ve manyetik alana bağlıdır. Yine Doppler Görüntüleme de olduğu gibi, denklem analitik veya nümerik olarak çözülebilir.

Eğer yıldızda hem manyetik alan hem de homojen olmayan bolluk dağılımı varsa yıldız yüzeyini haritalarken ikisi birlikte ve aynı anda

haritalanmalıdır. Son yıllarda bunu sağlayan bir kod, INVERS10, geliştirilmiştir.

Radyatif Transfer Denklemi'nin çözümü için dört algoritma geliştirilmiştir: Runge-Kutta (Landi Degl'Innocenti, 1976), Feautrier (Auer ve ark., 1977), DELO (Rees ve ark., 1989), Hermitian (Ruiz Cobo ve ark., 1999). Bu algoritmalarından Feautrier ve DELO'nun yeterince hızlı olduğu ve doğru sonuçlar verdiği yapılan testler ile gösterilmiştir.

### Teşekkür

Posterin bilgisayara aktarılmasındaki yardımlarından dolayı İmir KALKANCI ve Nilda OKLAY' a teşekkür ederiz.

### 7. Kaynaklar

- Artie P. Hatzes, ASP Conference Series , 1993, Vol. 44  
J. B. Rice , IAU, 1996, 176, 19  
J. B. Rice, W. Wehlau ve V. L. Khokhlova, A&A, 1989, 208, 179  
N. Piskunov ve O. Kochukhov , A&A, 2002, 381, 736  
N. Piskunov ve J. B. Rice, PASP, 1993, 105, 1415  
Steven Vogt, G. Penrod ve Artie P. Hatzes, ApJ, 1987, 321,496  
Steven Vogt ve G. Penrod, PASP, 1983, 95:565  
V. L. Khokhlova ve T. A. Rjabchikova, Ap&SS, 1975, 403  
W. Wehlau, J. B. Rice, ASP Conference Series , 1993, Vol. 44