

SÜPER KÜTLELİ KARADELİKLER ETRAFINDA EĞRİLİKLİ DİSKLER

Ayşe ULUBAY-SIDDIKİ¹, Ortwin GERHARD¹, Magda ARNABOLDI²

Özet

Samanyolumuz da dahil olmak üzere, çoğu gökadanın çekirdeğinde, süper-kütleli karadeliklerin (SKKD) var olduğu tahmin edilmektedir. Samanyolu'nun ve yakın komşuluğumuzdaki aktif gökadalardan çekirdeklerinin gözlemleri, SKKD'leri çevreleyen yıldız ve gaz disklerinin varlığını ortaya koymuştur. Bu diskler, SKKD'ler etrafında gözlenen genç yıldızlar, ve aktif gökadalardan sınıflandırılması gibi konulardaki soru işaretlerinin giderilmesinde bir anahtar niteliği taşımaktadır. Buna rağmen, bu disklerin fiziksel özelliklerinin modellenmesinde doyurucu bir noktaya henüz ulaşamamıştır. Bu özelliklerin göze çarpanlarından birisi, disklerin maruz kaldıkları çeşitli kuvvetler sayesinde eğrilik (warp) kazanmalarıdır.

Bu çalışma, disklerin eğriliklerinin, öz-çekimsel kuvvet altında denge ve kararlılık koşullarının belirlenmesi üzerinedir. Kullandığımız modelde diskleri, iç içe geçmiş, dairesel halkalar şeklinde ele aldık. Denge konumu, halkalar için düğümler çizgisi etrafındaki dönme momentinin sıfır olması koşulundan, sayısal yöntemler kullanılarak elde edildi. Bu koşul bize, bulunan denge konumları için halkaların kütle, yarıçap, presesyon frekansı, ve merkezdeki karadeliğin kütlesi arasında bir ölçekleme ilişkisi yazılabileceğini gösterdi. Denge konumlarının kararlılığını ise iki aşamada inceledik. İlk olarak doğrusal kararlılık teorisini kullanarak, kararlılık için bir kütle aralığı belirledik. İkinci olarak ise hareket denklemlerini integre ederek, halkaların zaman içindeki davranışlarını gözlemledik. Halkalar zaman içinde birbirlerinden kopmadan hareket ettiklerinde, disk kararlı kabul edildi. Buradan elde ettiğimiz kütle aralığı da bir önceki yöntemle elde edilen ile benzeşmektedir.

Anahtar Kelimeler: Süper kütleli karadelikler, gökada merkezleri, eğrilikli diskler

Abstact

Many galactic nuclei contain disks of gas and possibly stars surrounding a supermassive black hole. These disks may play a key role in the evolution of galactic centers. Here we address the problem of finding stable warped equilibrium configurations for such disks, considering the attraction by the black hole and the disk self-gravity as the only acting forces. We model these disks as a collection of concentric, circular rings. We find the equilibria of such systems of rings, and determine how they scale with the ring parameters and the mass of the central black hole. We show that in some cases these disk equilibria may be highly warped. We then analyse the stability of these disks, using both direct time integration and linear stability analysis. This shows that the warped disks are stable for a range of disk-to-black hole mass ratios, when the rings extend over a limited range of radii.

Key Words: Supermassive black holes, galactic nuclei, warped disks

¹ Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics, Giessenbachstr., D-85748, Garching/ Münih, Almanya, tel: 00.49.89.30000-3715, e-mail: siddiki@exgal.mpe.mpg.de, gerhard@exgal.mpe.mpg.de

² ESO, Karl Schwarzschildstr. 1, D-85748, Garching /Münih, Almanya, e-mail: marnabol@eso.org

1. Giriş

Pek çok gökadanın merkezinde süperkütleli karadeliklerin bulunduğu fikri, artan gözlemsel olanaklar sayesinde gün geçtikçe güçlenmektedir. Gökada merkezlerindeki bu yüksek yoğunluklu cisimler, kendilerini çevreleyen gaz ve yıldız disklerinin dinamiğini göz ardı edilemeyecek biçimde etkilemektedir.

Bahsi geçen diskler, içinde bulundukları ortamdan maruz kaldıkları çeşitli kuvvetler sayesinde düzlemsel geometriden uzaklaşabilmekte, yani eğrilik kazanabilmektedir. Bu etkisinin en güzel örneklerinden birisi Herrnstein ve çalışma arkadaşları tarafından yapılan NGC 4258'in merkezine ait gözlemlerdir[1]. Bu gözlemler, merkezi SKKD'in etrafında yaklaşık 0.3 pc üzerine dağılmış maser kaynaklarının konumlarının ancak eğrilikli bir diskin varlığında açıklanabileceğini göstermiştir.

Genzel ve çalışma grubu ise, Samanyolu merkezinde, üzerinde genç yıldızların dağıldığı, düzlemsel olamayan iç içe geçmiş iki diskin varlığını ortaya koymuştur [2].

Bu disklerin varlığı, SKKD'lerin yakın komşuluğunda yıldız oluşumunun gerçekleşebileceğine işaret ederken[3], sahip oldukları geometri, aktif gökadalardan sınıflandırılmasında çok önemli bir rol oynamaktadır. Seyfettin 1 tipi gökada çekirdekleri, genişlikleri binlerce km/s'yi bulan geniş salma çizgileri ile karakterize edilir ve bu çizgilerin oluştuğu bölgelere geniş çizgi bölgesi (GÇB) adı verilir. Seyfettin 2 tipi çekirdeklerde ise GÇB gözlenmemektedir. Son yıllarda ortaya atılan teoriler, bu iki sınıfın, farklı bakış doğrultularındaki aynı tür aktiviteden kaynaklanıyor olabileceğini savunmaktadır[4]. Buna göre, karadeligi çevreleyen diskin yüksek eğrilikli kısmı bakış doğrultumuz ile çakıştığında GÇB perdelenmekte, ve sınıflama konusunda bir yanılgıya neden olmaktadır. Bu fikir, disklerin kazandığı eğriliğin modellenmesi çalışmalarına hız kazandırmıştır.

Disklerin eğrilik kazanmasına en çok katkıda bulunan keplersel olmayan kuvvet, disklerin öz-çekimidir [5]. Bu kuvvet, disklerin karadelik etrafındaki yörüngesel hareketine, toplam açısal momentum doğrultusu etrafında gerçekleşen bir presesyon hareketi ekler.

Biz bu çalışmada yukarıda bahsedilen kuvvetlerin etkisi altında disklerin nasıl bir geometrik yapıya sahip olacaklarını, ve bu yapıların kararlılığını inceledik. Bölüm 2, kullandığımız modeli kısaca açıklamakta, ve bu model yardımı ile diski oluşturan halkaların parametreleri ile karadelinin kütlesi arasında bir ölçekleme bağıntısı yazılabileceğini göstermektedir. Bölüm 3'te, bulunan denge durumlarının kararlılığı analitik bir yaklaşımla incelenmiştir. Bölüm 4 ise disk kararlılığını sayısal yöntemler kullanarak tartışmakta ve bir önceki bölümle karşılaştırmaktadır. 5. bölümde sonuçlarımızı kısaca özetliyoruz.

2. Denge Durumu ve Ölçekleme İlişkileri

2.1 Hareket Denklemleri

Hesaplamalarımızda disk, iç içe geçmiş eş-merkezli halkalar şeklinde modellendi. Bu halkaların merkezinde süper-kütleli bir karadelinin var olduğu ve halkalar üzerindeki döndürme momentinin, halkanın öz çekiminden kaynaklandığı varsayıldı. Her halka kütlesi m , yarıçapı r , eğiklik açısı θ , ve azimut açısı ϕ ile karakterize edildi. ψ halka üzerindeki herhangi bir noktanın konumunu göstermek üzere bir halka için enerji aşağıdaki şekilde yazılır:

$$E = \frac{mr^2}{4}(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{mr^2}{2}(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2 + V(r, \theta, \phi)$$

Bu denklemden 1. ve 2. terimler hareketin kinetik enerjisini, 3. terim ise potansiyel enerjisini göstermektedir. Enerji ψ 'ye bağlı olmadığından yörüngesel açısal momentum

$$p_\psi = mr^2 \Omega(r) = mr^2(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)$$

korunmaktadır. Diğer iki açısal momentumdan p_ϕ z-ekseni etrafında, ve p_θ düğümler çizgisi etrafına tanımlıdır. Bu durumda hareket denklemleri şu şekilde yazılır:

$$p_\theta = \frac{mr^2}{2} \dot{\theta},$$

$$p_\phi = \frac{mr^2}{2} \dot{\phi} \sin^2 \theta + p_\psi \cos \theta$$

$$\dot{p}_\theta = \frac{mr^2}{2} \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta - \dot{\phi} p_\psi \sin \theta - \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \theta}$$

$$\dot{p}_\phi = - \frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \phi}$$

ve sistemin Hamiltoniyeni

$$\mathcal{H} = \frac{p_\theta^2}{mr^2} + \frac{1}{2} \frac{p_\psi^2}{mr^2} + \frac{(p_\phi - p_\psi \cos \theta)^2}{mr^2 \sin^2 \theta} + V(r, \theta, \phi)$$

dir.

2.2 $V(r, \theta, \phi)$ 'nin Bileşenleri ve Döndürme Momentlerinin Hesaplanması

Bir önceki bölümde tanıtilan sistem için potansiyel iki kısımdan oluşur. İlki merkezdeki kardelikten kaynaklananır ve

$$V_{bh} = - \frac{GM_{bh}}{r_i}$$

dir. Diğerisi ise halkaların öz-çekiminden kaynaklanır. Biz modelimizde bu terim için Arnaboldi ve Sparke[6] ile Binney ve Tremaine (bölüm 2-6-2)[7]'in tanımlarından faydalandık. Buna göre halkalar arasındaki karşılıklı potansiyel enerji aralarındaki açıya bağlıdır ve bu açı

$$\cos(\alpha) = \cos \theta_i \cos \theta_j + \sin \theta_i \sin \theta_j \cos(\phi_i - \phi_j)$$

şeklinde yazılır.

Kütlesi m' yarıçapı r' $c(\tilde{x}, \tilde{y})$ düzleminde bulunan dairesel bir halka tarafından oluşturulan potansiyel

$$\Phi(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = - \frac{2Gm' K(k) \sqrt{(1 - k^2/2)}}{\pi \sqrt{(r^2 + r'^2)}}$$

olarak yazılır. Bu denklemde

$$k^2 = \frac{4Rr'}{(r^2 + r'^2 + 2Rr')}$$

dir. $K(k)$ 1. türden tam eliptik integral ve R silindirik yarıçaptır. r yarıçapında ve birincisine α gibi bir açıda bulunan ikinci bir halka $\tilde{z} = r \sin \alpha \sin \eta$ şeklinde bir eğri izler. Burada η , 0'dan 1'e değişmektedir. Bu durumda potansiyel enerji

$$V_m(\alpha) = - \frac{Gm_i m_j}{\pi^2 (r_i^2 + r_j^2)^{1/2}} \int_0^{2\pi} K(k) \sqrt{1 - k^2/2} d\eta$$

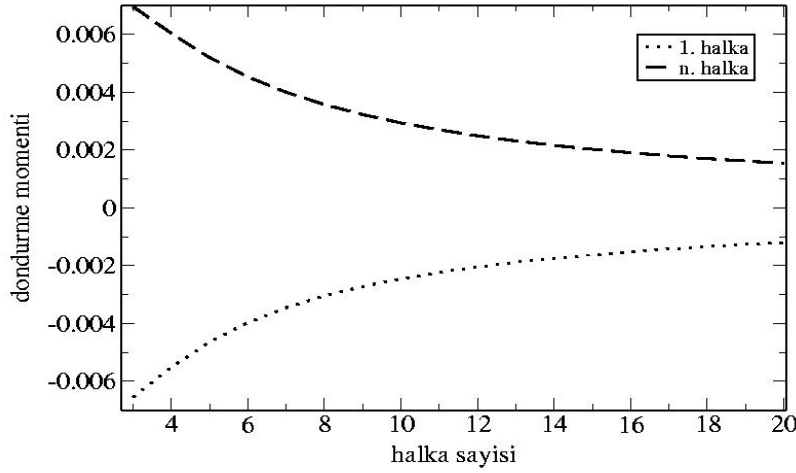
olarak yazılır. m ikinci halkanın kütlesidir ve k, η 'nın fonksiyonu olarak verilir.

Her hangi iki halka (i, j) arasındaki döndürme momenti bu durumda aşağıdaki denklemle tanımlanır:

$$\frac{\partial V_m(\alpha_{ij})}{\partial \alpha_{ij}} = \frac{Gm_i m_j r_i r_j \sin 2\alpha_{ij}}{\pi^2 (r_i^2 + r_j^2)^{3/2}} \times 4 \int_0^{\pi/2} \left(\frac{E(k)(1-k^2/2)}{(1-k^2)} - K(k) \right) \times \frac{(1-k^2/2)^{3/2}}{k^2} \frac{\sin^2 \eta d\eta}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{ij} \sin^2 \eta}}$$

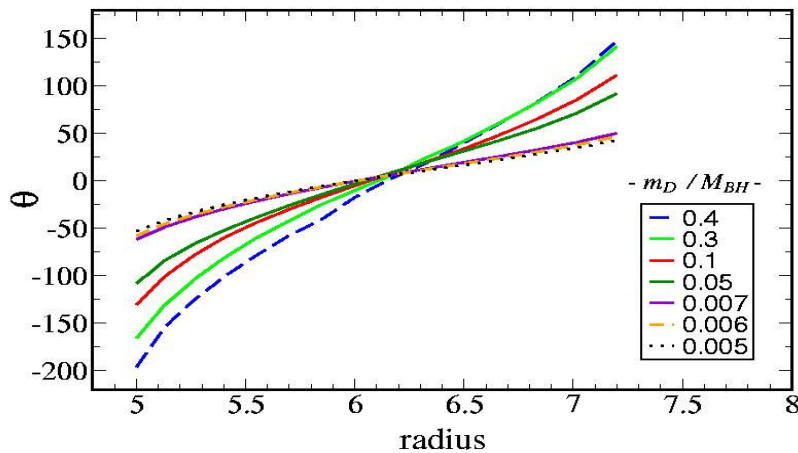
θ ve ϕ açılarına göre döndürme momentleri bu denklemin $\partial \alpha_{ij} / \partial \theta_i$ ve $\partial \alpha_{ij} / \partial \phi_i$ ile çarpılmasından elde edilir.

Bu çalışmanın farklı aşamalarında zaman kazanmak amacıyla farklı sayıda halkalar kullanılarak sonuçlar elde edildi. Aşağıdaki şekil bunun kabul edilebilir bir yaklaşıklık olduğunu göstermektedir.



Şekil 1: Farklı sayıda halkalardan oluşan diskler için halkalar üzerindeki döndürme momentinin halka sayısına göre değişimi

Şekil 2'de 15 halkadan oluşan bir disk için elde edilen denge konumlarını göstermektedir. Diskin toplam kütlesi arttıkça eğriliğin de dramatik bir şekilde arttığı gözlenmektedir. Bu şekle daha ileride, kararlılık analizi tartışmaları kısmında tekrar döneceğiz.



Şekil 2: 15 halkadan oluşan bir disk için denge durumları. Diskin eğriliğinin artan kütle ile arttığı gözlenmektedir

1.3 Ölçekleme İlişkileri

Halkaların sabit bir eğiklik açısına sahip olmaları koşulu, düğümler çizgisi etrafındaki döndürme momentinin sıfır olmasını gerektirir. Bu denklemin çözümü, presesyon frekanslarını verir. Bir miktar işlemden sonra, elde edilen çözümler aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\dot{\phi} = \frac{\sin \theta_i m_i \sqrt{r_i} \sqrt{M_{bh}}}{m_i r_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i} \pm \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i m_i^2 r_i M_{bh} + 2 m_i r_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i \frac{\partial V_{m_i}}{\partial \theta_i}}}{m_i r_i^2 \cos \theta_i \sin \theta_i}$$

Burada Ω halkanın açısal hızıdır ve çekim sabiti $G = 1$ alınmıştır. Bu denklemdeki potansiyel türevi

$$\frac{\partial V_{m_{ij}}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial V_{m_{ij}}}{\partial \alpha_{ij}} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \theta_i}$$

şeklinde bileşenlerine ayrıldığında görülecektir ki kütle ve yarıçapa bağlı olan kısım eşitliğin sağındaki ilk türevdir. Diğer türevi, c1 olarak adlandırıyoruz. Yukarıdaki denklemdeki integral, her bulunan denge durumu için için bir sabite eşittir. Kalan diğer terimleri ortadaki halkanın (j . halka) parametreleri cinsinden ifade edip, $m_i / m_j = \gamma$, $r_i / r_j = \beta$ alacak olursak

$$\frac{\partial V_{m_i}}{\partial \alpha_{ij}} = \underbrace{\frac{\beta}{(\beta^2 + 1)^{3/2}} \frac{\gamma}{\pi^2}}_{c2 = \text{sabit}} \underbrace{\frac{m_j^2}{r_j} \sin 2\alpha_{ij} \times I_j}_{c3 = \text{sabit}}$$

aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$\frac{\partial V_m}{\partial \alpha_{ij}} \propto \frac{m_j^2}{r_j}$$

Şimdi presesyon frekansları için yazdığımız denkleme dönerek bu orantılılığı yerleştirecek, ve set $\sin \theta = A$, $\sin \theta \cos \theta = C$, $2c_1.c_2.c_3 = D$, $C.D = E$ yazacak olursak presesyon frekansının sadece kütleler ve yarıçaplar cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilebileceğini görürüz:

$$\dot{\phi} = \frac{A_i \sqrt{M_{bh}} \pm \sqrt{A_i^2 M_{bh} + E_i m_i}}{C_i \sqrt{r_i^3}}$$

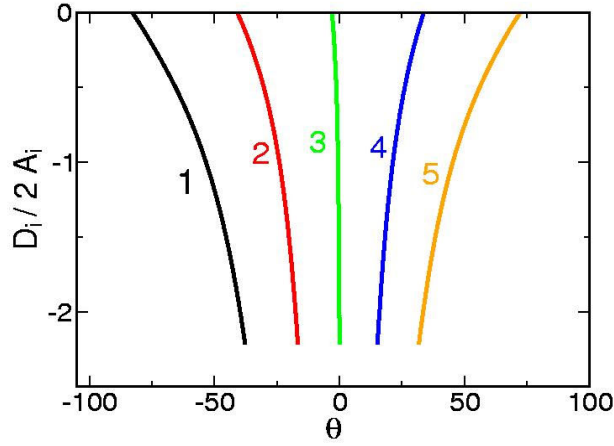
Presesyon frekansını açısal hız cinsinden ifade ederek bağımsız parametre sayısını biraz daha azaltabiliriz. Gerekli yaklaşıklıkları kullanırsak elimizde, denge durumu için halkaların kütleleri yarıçapları ve karadeliğin kütlesi arasındaki aşağıdaki gibi çok sade bir ölçekleme ilişkisi kaldığını görürüz:

$$\frac{\dot{\phi}}{\Omega_j} = - \frac{D_i}{2A_i} \frac{m_i}{M_{bh}}$$

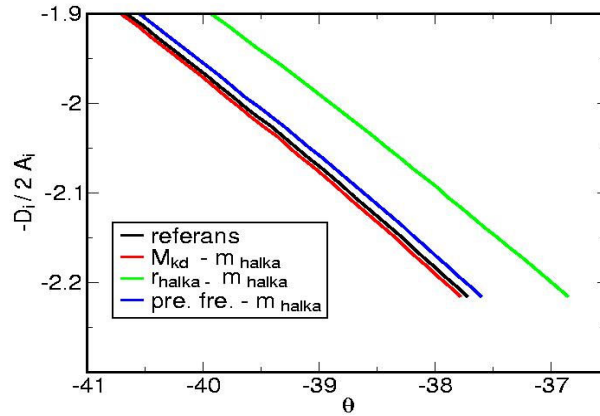
Burada D_i/A_i , her halka için bir sabittir. Bu denkleme göre, problemdeki parametreler

$\frac{\phi}{\Omega_j} \frac{M_{bh}}{m_i}$ oranı sabit tutulacak şekilde değiştirildiğinde aynı denge durumlarını bulmayı

beklemeliyiz. Şekil 3 bu denge konumlarının 5 halkadan oluşan bir disk için nasıl görüldüğünü göstermektedir. Şekil 4'te ise elde edilen bu denge durumlarının, değişik parametreler kullanarak ölçeklenmesi 1. halka için gösterilmektedir. Şeklin sol alt köşesinde bulunan kutu içinde, bu parametre çiftleri yazılmıştır. Bu çiftler, $D_i/2A_i$ oranı sabit tutulacak şekilde değiştirildiğinde denge durumunun hemen hemen değişmediği gözlenmektedir. 1° 'den daha küçük olan uyumsuzluk, sayısal kabul edilebilirlik sınırları içindedir.



Şekil 3: 5 halkadan oluşan bir disk için denge durumları. Her renk farklı bir halkayı simgeliyor. Eğriler boyunca presesyon frekansı -1×10^4 değerinden başlayarak yukarıdan aşağıya doğru artmakta. En içerideki halkanın yarıçapı 5.75 birim ve halkaların kütlesi karadeliğin kütlesinin 0.1 katı.



Şekil 4: Dengenin ölçeklenmesinin 1. halka için gösterimi. Siyah çizgi bir referans denge durumunu, diğer renkler ise bu referansa göre yapılan ölçeklemeyi göstermektedir.

2. Diskin Kararlılığı

Sistem denge durumu etrafında küçük tedirginliğe uğratıldığında hareket denklemleri aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_i &= \frac{\partial^2 T_i}{\partial p_{\theta_i}^2} \Delta p_{\theta_i}, \\
\dot{\phi}_i &= \frac{\partial^2 T_i}{\partial p_{\phi_i} \partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial^2 T_i}{\partial p_{\phi_i}^2} \Delta p_{\phi_i}, \\
p_{\dot{\theta}_i} &= -\frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \theta_i^2} \Delta \theta_i - \frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \theta_i \partial \phi_i} \Delta \phi_i - \frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \theta_i \partial \phi_j} \Delta \phi_j \\
&\quad - \frac{\partial^2 T_i}{\partial \theta_i \partial p_{\phi_i}} \Delta p_{\phi_i} - \frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Delta \theta_j, \\
p_{\dot{\phi}_i} &= -\frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \phi_i \partial \theta_i} \Delta \theta_i - \frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \phi_i^2} \Delta \phi_i - \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i} - \frac{\partial^2 V_{mij}}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \Delta \phi_j.
\end{aligned}$$

Burada T ve V_m kinetik ve karşılıklı etkileşim potansiyelinin katkılarıdır. Bu denklem sisteminin çözümleri zamana $e^{\lambda t}$ şeklinde bağlıdır. Bu denklemlerdeki tedirginlik katsayıları, n halka sayısı olmak üzere, $[4n \times 4n]$ boyutunda bir matris oluşturur. Bu matris, sistemin kararlılığı hakkındaki bilgiyi taşır. Tedirgin edilmemiş denge durumu, bu matrisin özdeğerlerinin reel kısımları sıfıra eşit olduğunda kararlıdır. Bu durumda elde edilen çözümler, denge noktası etrafında salınır. Matrisin özdeğerlerinden en az birisinin pozitif olması ise denge noktasından eksponansiyel olarak uzaklaşmaya, yani kararsızlığa işaret eder. Biz bu matrisin özdeğerlerini sayısal olarak hesapladık, ve kararlı denge durumunun ancak belirli bir M_d / M_{kd} kütle aralığında elde edilebileceğini gördük. Bu aralık, daha önce denge noktalarının tartışılması sırasında gördüğümüz şekil 2'deki kesikli çizgiler ile gösterilmiştir.

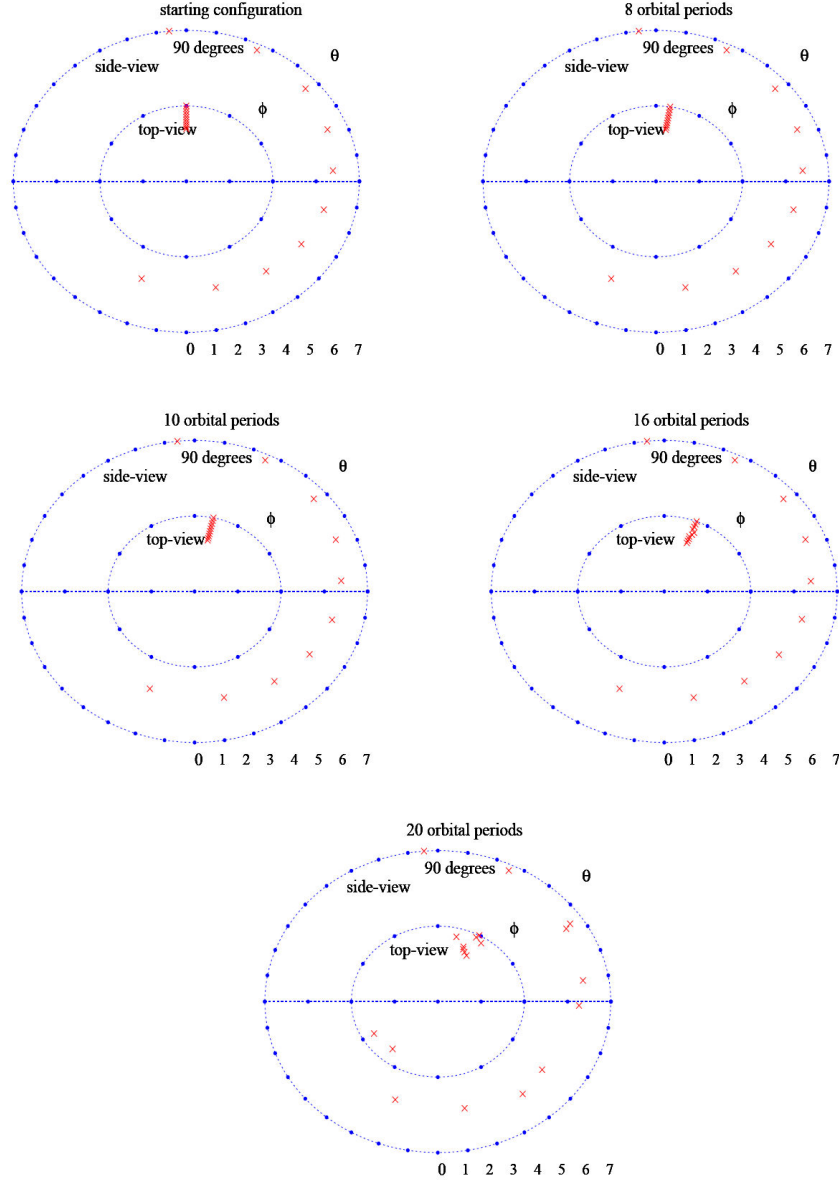
4. Halkaların Zaman İntegrasyonu

Bu bölüm diskin kararlılığını başka bir yaklaşımla, hareket denklemlerinin zaman integrasyonu ile tartışmaktadır. Elde edilen bir denge konumunun, halkaların hepsinin aynı düğümler çizgisi üzerinde olduğu bir durum olduğunu daha önceki bölümde görmüştük. Eğer halkalar zaman içerisinde hareket ettikçe aynı düğümler çizgisi üzerinde kalmaya devam ederlerse denge kararlı kabul edilir, ve bu durumda halkaların eğiklik açıları da değişmez. Aşağıdaki şekillerde zaman integrasyonuna ait örnek sonuçlar gösterilmektedir. Şekillerin altındaki yatay düzlemde halkaların yarıçapları verilmektedir. Dışarıdaki daire halkaların eğim açılarını, içerideki daire ise azimut açılarını göstermektedir. Azimut açısını gösteren dairenin yarıçapı canlandırma kolaylığı açısından ikiye bölünmüştür. Şekillerin tepesinde, halkanın zaman evriminde bulunduğu nokta dönemsel periyot cinsinden belirtilmiştir. Dönemsel periyot en dıştaki halkanın yarıçapında hesaplanmıştır.

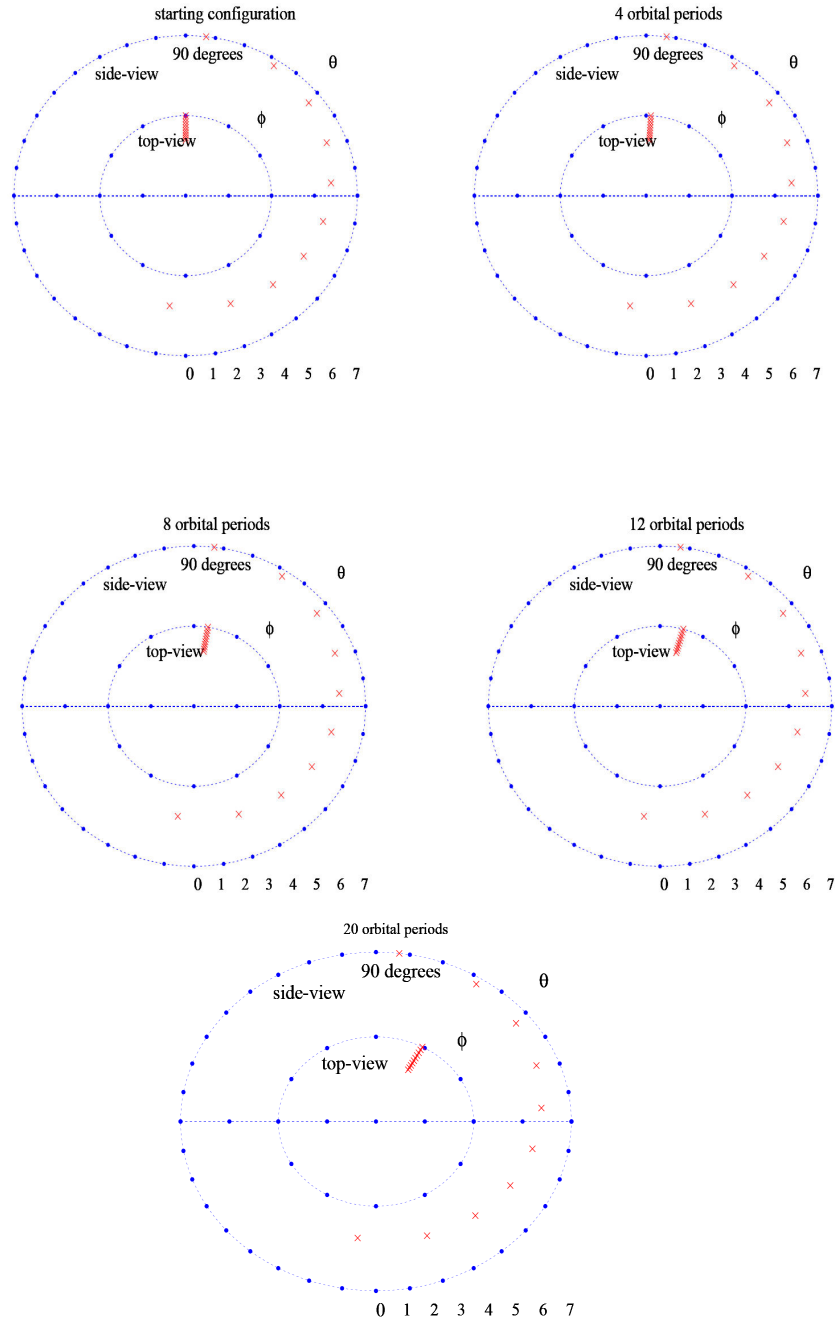
Şekil 5'te 10 halkadan oluşan bir diskin zaman evrimi gösterilmektedir. En içerideki (merkeze en yakın) halka 5, en dışarıdaki halka ise 7.2 birim yarıçapa sahiptir. Karadeliğin kütlesi 51.16 birim, diskin toplam kütlesi ise $0.1M_{kd}$ 'dir. Presesyon frekansı -0.001 birim olarak seçilmiştir. İlk şekil(en üst sol) halkaların $\pi/2$ 'lik bir azimut açısındaki denge konumlarını, evrimlerinin başlangıcını göstermektedir. Halkalar daha önceki bölümde gördüğümüz gibi ekvator düzlemi etrafında hemen hemen bakışık olarak dağılmış durumdadır. 8 dönemsel periyot sonunda diski oluşturan halkalar hala aynı düğümler çizgisi üzerindedir. Bu durumun, integrasyonun daha ileri aşamalarında, 16 dönem sonunda bozulmaya başladığı gözlenmektedir. 20 dönem sonunda ise, disk tamamen dağılmış, geriye ise eş-zamanlı hareketi sürdüren hiç bir yapı kalmamıştır.

Şekil 6'da ise yine 10 halkadan oluşan, fakat bu kez kütlesi karadeliğin kütlesinin 0.05 katı kadar olan bir diskin evrimi gösterilmektedir. Benzetimin diğer parametreleri, şekil 5'tekilerle aynıdır. Kütlenin bir öncekine göre daha düşük seçilmesi etkisini ilk olarak denge durumunun elde edilmesinde göstermiş, halkalar birbirlerine daha

yakın θ açlarına yerleşmiştir. Diskin evrimi yine 20 dönemsal periyot takip edildiğinde ise göze çarpan halkaların bu kez dağılmadığı, aynı düğümler çizgisi üzerinde hareket etmeye devam ettiğidir. Görüldüğü gibi denge konumundaki θ açlarından da bir sapma söz konusu değildir.

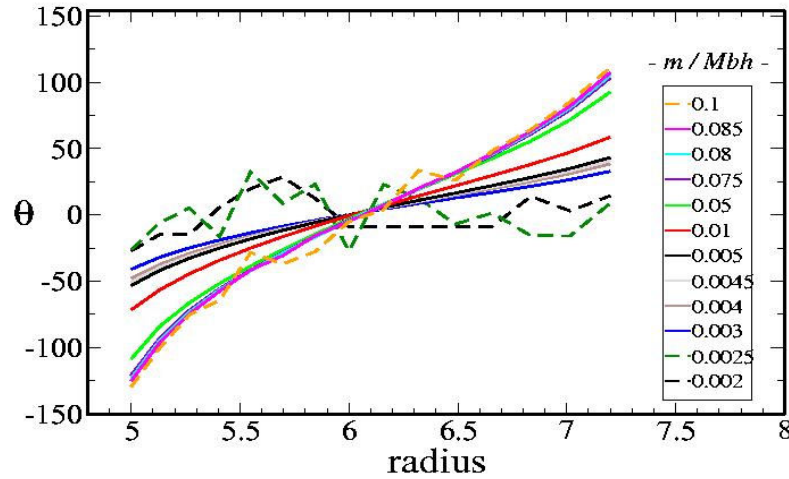


Şekil 5: 10 halkadan oluşan bir disk zaman evrimi. Halkalar 5 ve 7.2 birim yarıçaplar arasına dağıtılmış durumda. Karadelik 51.16 birim kütleye sahip, disk ise 0.1M_{Kd} birim kütle. Presesyon frekansı - 0.001 birim.



Şekil 6: 10 halkadan oluşan bir diskin zaman evrimi. Halkalar 5 ve 7.2 birim yarıçaplar arasına dağıtılmış durumda. Karadelik 51.16 birim kütleye sahip, disk ise 0.05M_{kd} birim kütleyle. Presesyon frekansı -0.001 birim.

Analitik olarak yapılan kararlılık analizindeki gibi kararlılığın kütleyle bağlı olduğunu görmekteyiz. Şekil 7, bu bağlamda 15 halkanın 10 dönemsal periyot sonundaki geometrisini göstermektedir. Farklı renkler M_d/M_{kd} oranının farklı değerlerine karşılık gelmektedir. Kesikli çizgiler kararlılığın bulunamadığı çözümleri, sürekli çizgiler ise kararlı denge durumlarını göstermektedir. Bir önceki tartışmaya benzer biçimde, disk kütlelerinin bir anahtar parametre olduğu görülür.



Şekil 7: 15 halkadan oluşan bir disk için M_d/M_{kd} kütle oranına bağlı kararlılık durumu. Disk kütlelerinin çok küçük ve çok büyük değerleri diskin dağılmasına neden olmaktadır.

5. Sonuçlar ve Özet

Bu çalışmada, gökada merkezlerinde bulunduğu tahmin edilen süper-kütleli karadelikleri çevreleyen gaz ve yıldız disklerinin eğriliğini inceledik. Bu eğriliği modellerken disklerin iç içe geçmiş eş-merkezli halkalardan oluştuğunu farz ettik, ve halkaların öz-çekimini göz önüne aldık. Halkaların, bu kuvvetin döndürme momenti etkisi altında, yüksek dereceli eğrilikler kazanabileceğini gördük. Diskin eğriliğinin, artan M_d/M_{kd} kütle oranı ile arttığını gözlemledik. Kullandığımız model, bize halkaların kütle, yarıçap ve presesyon frekansı ile karadeliğin kütlesi arasında bir ölçekleme bağıntısı yazılabileceğini gösterdi. Çalışmamızın ikinci aşamasında elde edilen denge durumlarının kararlılığını inceledik. Bunu yaparken ilk önce analitik bir yaklaşım kullandık. Tedirgin edilmiş hareket denklemlerinin çözümlerini bir öz-değer problemine dönüştürerek inceledik. Buradan vardığımız sonuç, kararlı dengenin ancak $0.007 < M_d/M_{kd} < 0.3$ kütle oranında elde edilebileceğidir. Kararlılık analizini ikinci olarak da sayısal yöntemler kullanarak, hareket denklemlerini integre ederek yaptık. Bunun sonucunda da kararlılığın kütleyle bağımlılığı için büyük oranda benzer bir aralık, $0.003 < M_d/M_{kd} < 0.085$ bulduk. Alt ve üst limitlerdeki ufak değişiklik, analitik yaklaşımımızdaki öz-değer hesabının, ve sayısal yaklaşımımızdaki integrasyon metodunun duyarlılığı ölçüsünde açıklanabilir düzeyindedir.

Kaynaklar

- [1] Herrnstein, J.R. ve diğerleri, (2005), The Geometry of and Mass Accretion Rate Through The Maser Accretion Disk In NGC4258, *ApJ*, 629, 719
- [2] Genzel, R. ve diğerleri, (2003), The Stellar Cusp Around The Supermassive Black Hole In The Galactic Center, *ApJ*, 594, 812-832
- [3] Paumard, T. ve diğerleri, (2006) The Two Young Star Disks in The Central Parsec Of the Galaxy: Properties, Dynamics and Formation, *arXiv:astro-ph/0601268*
- [4] Nayakshin, S., (2005), Warped Accretion Disks and the Unification of Active Galactic Nuclei, *MNRAS*, 359, 545-550
- [5] Tremaine, S., (2005), Secular Stability and Instability In Stellar Systems Surrounding Massive Objects, *ApJ*, 625, 143-155
- [6] Arnaboldi, M., ve Sparke, L. (1994), Self-Gravitating Polar Rings In Axisymmetric and Triaxial Galaxy Potentials, *AJ*, 107/3, 958-070
- [7] Binney, J., ve Tremaine, S., (1987), *Galactic Dynamics*, Princeton, Princeton University Press