

Bazı Küçük Kütleli Anokol Yıldızlarında Hidrojen yanması için Termonükleer Reaksiyon Oranlarının ve Perdeleme Etkisinin Heaplanması

Özgün Arslan^{1,*} ve İbrahim Küçük²

¹ Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Astronomi ve Uzay Bilimleri Ana
Bilim Dalı, 38039, Kayseri, Türkiye

² Erciyes Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 38039,
Kayseri, Türkiye

Özet Termonükleer reaksiyon oranı, belirli yoğunluğuna sahip iki parçacığın nükleer tepkimeye girme olasılığını belirleyen bir parametredir. Bu oran reaksiyona giren parçacıkların sayı yoğunluklarının, ortalama ömürlerinin ve normalize edilmiş hız dağılımlarının bir fonksiyonudur. Reaksiyon oranını belirleyen diğer önemli etken ise göz önüne alınan nükleer reaksiyonun etki kesitidir. Etki kesiti, birim zamanda ve birim alanda ne kadar ikili parçacık etkileşeceğini belirler. Dolayısıyla reaksiyon oranı, çekirdeklerin Coulomb potansiyel engelini aşarak reaksiyona girip girmeyeceği olasılığıdır. Nükleer çekirdeklerin etraflarını saran serbest elektronlardan oluşan yük bulutlarının meydana getirdiği perdeleme etkisi, çekirdekler arasındaki itici Coulomb potansiyelini ek-sponansiyel olarak azaltarak reaksiyon olasılığını artırır. Bu çalışmada, teorik modeller kullanılarak yapısal ve evrimsel parametreleri belirlenmiş $0.3-1M_{\odot}$ kütle aralığındaki küçük kütleli anokol yıldızlarındaki $H^1(p, e^+\nu)D^2$ ve $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonları için reaksiyon oranları perdeleme etkisi göz önüne alınarak yeniden hesaplanmıştır.

1 Giriş

Yıldızların çekirdeklerindeki nükleer reaksiyonlar, farklı sonuçlara neden olan farklı fiziksel koşullarda meydana gelebilir. Etkileşen çekirdeklerin kinetik enerjileri itici potansiyel enerjiden daha büyükse, reaksiyonlar herhangi bir güçlük olmadan gerçekleşir. Bu tür süreçlerde, etkileşen parçacıkların termal enerjilerinin Mev mertebesinde olması gerekir. Ancak termonükleer tepkimelerin meydana geldiği pek çok astrofiziksel süreçteki sıcaklık aralığı $10^7 - 10^9K$ arasındadır. Söz konusu sıcaklık aralığında reaksiyona girecek çekirdeklerin termal enerjileri, elektrostatik potansiyelden çok daha düşüktür. Bu durumda termonükleer reaksiyonların meydana gelmesi, çekirdeklerin kuantum tünelleme etkisiyle Coulomb potansiyelini aşma olasılığına bağlıdır.

* email:ozgunadige67@gmail.com

2 Reaksiyon Oranı ve Tesir Kesiti

Astrofiziksel süreçlerdeki termonükleer reaksiyonlar rezonant ve rezonant olmayan reaksiyonlar olmak üzere ikiye ayrılır. Rezonant reaksiyonlarda etkileşen çekirdekler yani reaktantlar ara kalımlı(meta stable) enerji düzeylerinde tepkimeye girerler. Rezonant olmayan reaksiyonlar ise kararlı enerji seviyelerinde meydana gelir.

$E < 0$ koşulunu sağlayan enerji seviyeleri görel olarak kararlıdır. $E < 0$ koşulunu sağlayan enerji seviyeleri ise ara kalımlıdır. Bu enerji seviyelerinin herhangi birinde olan bir parçacık, Coulomb bariyerini aşacak sınırlama bir tünelleme olasılığına sahiptir. Bu nedenle ara kalımlı enerji seviyeleri, kararlı enerji seviyelerinden daha dardır. Enerji seviyesinin genişliği ($\Gamma = \hbar/\tau$)seviyenin yaşam süresi ile ilişkilidir. Rezonant enerji düzeylerinde tesir kesiti ve reaksiyon oranı önemli derecede artar. Dolayısıyla da reaksiyon sonucunda füzyon çekirdeğinin meydana gelme olasılığı da artar. Rezonant olmayan reaksiyonlarda reaksiyon olasılığı enerjinin lineer bir fonksiyonudur.

Reaksiyon oranı birim hacimde, birim zamanda meydana gelen reaksiyon sayısıdır. Füzyon reaksiyonları için reaksiyon oranı şeklinde tanımlanır.

$$r_{\alpha\beta}(\nu) = n_{\alpha}n_X\sigma_{\alpha\beta}(\nu)\nu \quad (1)$$

$n_X\nu$:yönelen parçacıkların akısı, n_{α} :hedef parçacıkların sayı yoğunluğu,
 $\sigma_{\alpha\beta}$:reaksiyon tesir kesiti

Reaksiyon tesir kesiti, reaksiyon olasılığıyla orantılı etkin bir hedef alanıdır. Füzyon olasılığı genellikle füzyon tesir kesitinin bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Belirli bir reaksiyon için tesir kesiti belirlenirken bir parçacığın, birim hacimde n hedef parçacığı içeren bir ortamdan geçtiği kabul edilir. Etkileşen parçacıkların (çekirdeklerin) belirli bir hızları olmadığında enerji dağılımı dolayısıyla da reaksiyon tesir kesiti bir dağılım fonksiyonuyla da tanımlanabilir. Nükleer tesir kesiti çekirdeklerin enerjilerine, çekirdekler arasındaki nükleer ve elektromanyetik etkileşimlere bağlıdır.

2.1 $H^1(p, e^+\nu)D^2$ ve $He^3(He^3, 2p)He^4$ Reaksiyonları için Reaksiyon Oranlarının Hesaplanması

Hidroje p-p zinciri ve CNO döngüsü olarak adlandırılan iki ana reaksiyon serisiyle helyuma dönüşebilir. Güneş benzeri ve küçük kütleli yıldızda helyum üreten ana reaksiyon serisi p-p zinciridir. Kütle arttıkça CNO zincirinin enerji üretimine etkisi artar. p-p zincirinin 1.kolu iki protonun birleşerek bir döteryum oluşturmasıyla başlar. Bu reaksiyon 10^{10} yıllık oldukça uzun bir zaman ölçeğine sahiptir. İki protonun etkileşimden sonra döteryum çekirdeği ve bir proton birleşerek bir He^3 oluşur. Bu reaksiyon 6 sn gibi kısa süreli bir zaman ölçeğine sahip olduğu için görel olarak düşük merkezi sıcaklıklarda bile kolayca termal dengeye ulaşır.Bu nedenle yıldızların döteryum bolluğu çok düşük bir seviyedir.

$H^1(p, e^+\nu)D^2$ ve $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonları, küçük kütleli yıldızların anakol evrimlerini yöneten en önemli reaksiyonlardır. Çünkü bu reaksiyonlarda, p-p zincirinin diğer adımlarına göre birim kütle başına düşen enerji miktarının daha fazladır. $H^1(p, e^+\nu)D^2$ ve $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonları için tanımlanan güncel reaksiyon oranı formülülasyonu aşağıdaki gibidir (Caughlan G. R. et al. 2001).

$H^1(p, e^+\nu)D^2$ reaksiyonu için;

$$r_{1,1} = 1.15 \times 10^{11} X_1^2 f_{1,1} g_{1,1} \rho \exp\left(\frac{-33.81}{T_6^{(1/3)}}\right) T_6^{(-2/3)} \quad (2)$$

$$g_{1,1} = 1 + 0.0123 T_6^{(1/3)} + 0.00114 T_6^{(-2/3)} + 9.8 \times 10^{-4} T_6 \quad (3)$$

$$Q_{1,1} = 1.442 \text{ MeV} \quad (4)$$

$He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonu için;

$$r_{3,3} = 1.859 \times 10^{35} X_3^2 f_{3,3} g_{3,3} \rho \exp\left(\frac{-122.76}{T_6^{(1/3)}}\right) T_6^{(-2/3)} \quad (5)$$

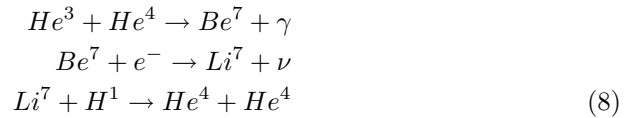
$$g_{3,3} = -1 + 3.39 \times 10^{-3} T_6^{(1/3)} \quad (6)$$

$$Q_{3,3} = 12.860 \text{ MeV} \quad (7)$$

3 Hidrojen Yanma Reaksiyonları

İki hidrojen çekirdeğinin reaksiyona girmesi için, iki proton güçlü bir şekilde etkilerken, protonlardan birinin beta bozunmasına uğrayarak bir nötron oluşturması gerekir. Beta bozunması zayıf çekirdek etkileşimleri tarafından kontrol bir süreç olduğundan yavaştır. Döteryum D^2 'yi oluşturmak için iki proton birleştikten sonra bunu öteki tepkimeler izler. Düşük sıcaklıklarda meydana gelen bu ardışık tepkimeler PPI zinciri olarak adlandırılır. p-p zincirinin diğer basamakları olan PPII ve PPIII reaksiyonları aşağıdaki gibidir.

PP II



PP III



PPI ve PPII zincirlerinin görelî önemi, PPII deki He^3 ile He^4 arasındaki tepkimelerle karşılaştırıldığında PPI deki He^3 ile He^4 tepkimelerinin görelî önemine bağlıdır. $T > 1.4 \times 10^7 K$ için He^3, He^4 ile etkileşmeyi yeğler. Daha düşük sıcaklıklarda PPI zinciri daha önemlidir. PPIII zinciri enerji üretiminde hiç önemli değildir ama bu zincir yüksek enerjili nötrinolar üretir. Bu zincir sıcaklığa çok duyarlıdır. Dolayısıyla PPIII tepkimelerinde üretilen yüksek enerjili nötrinoların sayısı sıcaklığa bağlıdır. Nötrinolar yıldız maddesiyle etkileşmeden serbestçe kaçabildiklerinden nükleer tepkimeler sonucunda açığa çıkan enerjinin azalmasına

(yani enerji kaybına) neden olurlar. Güneş benzeri bir yıldız için üç zincirde nötrinolarla kaybedilen enerji miktarı PPI % 1.9, PPII % 3.9, PPIII % 27.3 dür. Proton proton zincirlerindeki reaksiyonların oluşum süreçlerini kıyaslarsak, PPI'nin başlangıç reaksiyonu olan iki protonun tepkimeye girip bir döteryum oluşturması en uzun zaman ölçeğinde sahip reaksiyondur. $H^1(p, e^+\nu)D^2$ reaksiyonu ise o kadar hızlıdır ki görelî olarak düşük merkezî sıcaklıklarda bile kısa sürede termal dengeye ulaşır. Bu nedenle yıldızdaki döteryumun büyük bir kısmı $H^1(p, e^+\nu)D^2$ reaksiyonu tarafından tüketilir ve termal dengedeki D^2 bolluğu zamanla azalır. PPI zincirinin son reaksiyonu ilk reaksiyondan daha hızlı olmasına rağmen ikinci reaksiyon kadar hızlı değildir. PPII zincirinin başlangıç reaksiyonu baskın hale gelinceye kadar, He^3 'ün denge bolluğu, sıcaklığın artmasıyla birlikte artar. PPII zincirinin ikinci reaksiyonu Be^7 'nin bir elektron yakalamasıyla meydana gelir. Bu reaksiyon iyon yakalama reaksiyonlarıyla yakalandığında sıcaklığa daha az duyarlıdır. Be^7 için diğer bir alternatif ise PPIII zincirinin ilk reaksiyonu olan proton yakalama sürecidir.

4 Perdeleme Etkisi

Nükleer reaksiyonlarda, yüklü çekirdekler arasındaki Coulomb bariyeri elektrostatik potansiyel tarafından belirlenir. Ancak polarize olmuş serbest elektron plazması tarafından çevrelenmiş çekirdekler arasındaki elektrostatik potansiyel eksponansiyel olarak ($f = \exp[\frac{U(0)}{kT}]$) azalır. Perdeleme etkisi olarak adlandırılan bu süreç reaksiyon tesir kesitini dolayısıyla da reaksiyon olasılığını önemli ölçüde artırır. Perdeleme etkisinin önemi yoğunluğun artıp sıcaklığın azalmasıyla birlikte artar. Yani perdeleme etkisi merkezî yoğunluğun yüksek, merkezî sıcaklığında düşük olduğu küçük kütleli yıldızlarda çok daha baskın bir süreçtir. Bu etki reaksiyon oranını f_{12} çarpanı kadar değiştirir

$$r_{screened} = f \times r_{unscreened} \quad (10)$$

4.1 Perdeleme Etkisi için Farklı Hesaplama Teknikleri

Perdeleme etkisini hesaplama yöntemleri temel olarak benzer olsa da ,yöntemlerde kullanılan katsayısal farklılıklar ve farklı fiziksel kabullenmeler nedeniyle hesaplanan sayısal değerler birileriyle uyuşmayabilir.

Salpeter ve Van Horn (1959):

Elektrostatik enerjinin parçacıkların kinetik enerjilerinden küçük olduğu durumda güçlü perdeleme söz konusudur. Parçacıkların kinetik enerjileri elektrostatik enerjiden daha büyük olduğunda ise güçlü perdeleme mekanizması etkindir. Bu yöntemde kullanılan formülüzasyon aşağıdaki gibidir.

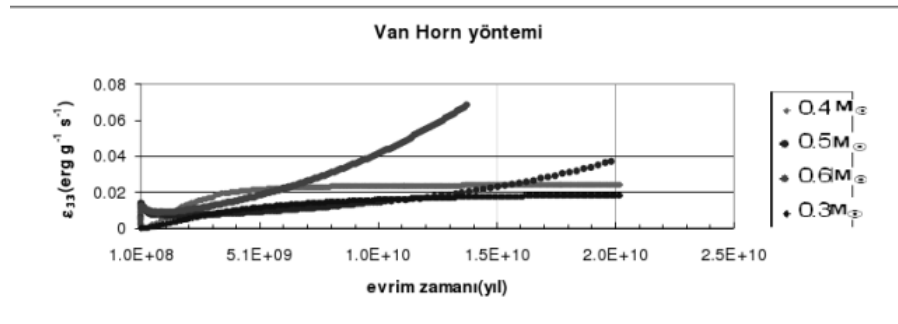
$$f_{12} = \exp\left[\frac{E_D}{kT}\right] = \exp\left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_D kT}\right] \approx 1 - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_D kT} \quad (11)$$

$$R_D = \left(\frac{kT}{4\pi e^2 \rho N_A \xi^2}\right)^{1/2} \quad (12)$$

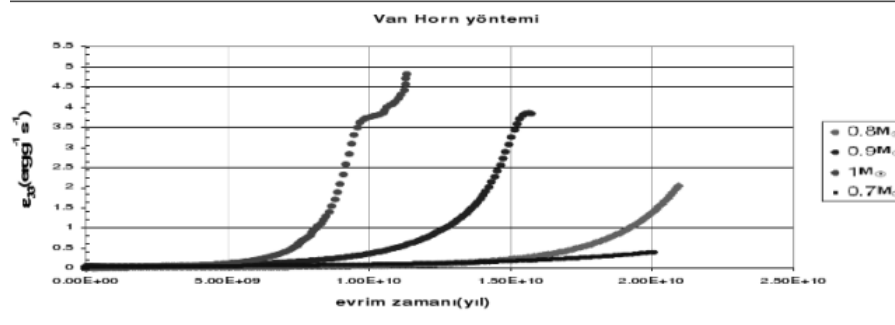
$$f_{12} = \exp\left[\sqrt{3} \frac{Z_2}{Z_1} \left(\frac{\mu_e}{\mu_1}\right)^{1/2} \xi T_{Z_1}^{3/2}\right] \approx \exp[0.188 Z_1 Z_2 \xi \rho^{1/2} T_6^{3/2}] \quad (13)$$

$$\xi^2 = \sum_i X_i \frac{1}{i} \left[1 + \frac{Z_i m}{A_i m_H}\right]^{-1} + \frac{f^1}{f} \frac{1}{\mu_e} \approx \sum_i \frac{X_i}{A_i} [Z_i^2 + Z_i] \quad (14)$$

f^1/f parametresi Fermi-Dirac dağılım fonksiyonunun logaritmik türevidir. Fonksiyonun değeri dejenere olmayan olmayan elektron gazı için 1 iken, tamamen dejenere elektron gazı için sıfırdır. Tamamen dejenere durumda elektronlar her serbest enerji bulunamaması perdeleme etkisinin azaltır.



Şekil 1. 0.3, 0.4, 0.5 ve 0.6 M_{\odot} kütleli anakol yıldızlarındaki $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonu için, etkin enerji üretim oranının evrim zamanına göre değişimi. (Kütleler grafiğin sağından soluna doğru $0.1M_{\odot}$ aralıklarla artmaktadır.)



Şekil 2. 0.7, 0.8, 0.9 ve 1.0 M_{\odot} kütleli anakol yıldızlarındaki $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonu için, etkin enerji üretim oranının evrim zamanına göre değişimi. (Kütleler grafiğin sağından soluna doğru $0.1M_{\odot}$ aralıklarla artmaktadır.)

IHS 1974:

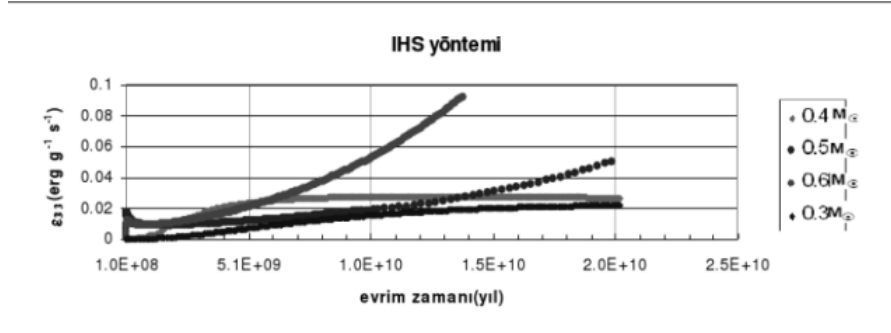
Bu yöntemde perdeleme etkisi hesaplanırken iki veya çoklu bileşene sahip plazma koşulları göz önüne alınabilir. Yöntemde perdelemenin zengin ya da zayıf olduğu iki boyutsuz parametre tarafından belirlenir. Bu parametreler;

$$\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{akT} \quad (15)$$

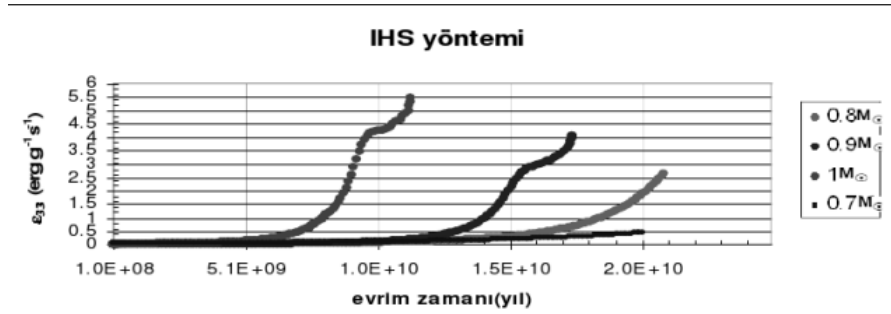
$$\tau = \left[\left(\frac{27\pi^2}{4} \right) \frac{M}{kT} \frac{Z^4}{k^2} \right]^{1/3} \quad (16)$$

$$a = \left(\frac{3Z}{4\pi N_e} \right)^{1/3} \quad (17)$$

şeklinde tanımlanır. Γ parametresi etkileşen parçacıkların kinetik enerjilerinin elektrostatik potansiyel enerjiye olan oranı verirken τ parametresi ise çekirdekler arasındaki mesafeyi tanımlar.



Şekil 3. 0.3, 0.4, 0.5 ve 0.6 M_{\odot} kütleli anakol yıldızlarındaki $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonu için, etkin enerji üretim oranının evrim zamanına göre değişimi. (Kütleler grafiğin sağından soluna doğru $0.1M_{\odot}$ aralıklarla artmaktadır.)



Şekil 4. 0.7, 0.8, 0.9 ve 1.0 M_{\odot} kütleli anakol yıldızlarındaki $He^3(He^3, 2p)He^4$ reaksiyonu için, etkin enerji üretim oranının evrim zamanına göre değişimi. (Kütleler grafiğin sağından soluna doğru $0.1M_{\odot}$ aralıklarla artmaktadır.)

5 Küçük kütleli Yıldızların Yapısal ve Evrimsel Modelleri

Yıldızların kütlesi küçüldükçe, ideal olmayan etkiler içi yapıda baskın hale gelir. İdeal olmayan etkilerin göz önüne alınması için kısmi dejenerasyondan kökenli

basınç etkileri ve yüklü parçacıklar arasındaki etkileşimlerden kaynaklanan düzeltmeler yapılmalıdır. Ayrıca parçacıkların boyutları ideal durumdan farklı olacağı için yapısal modellerde boyutsal düzeltmeler de yapılmalıdır. Hal denklemindeki ideal olmayan etkilerin ve kısmi dejenere elektron basıncının kesirsel katkısı, ortamdaki atom ,molekül ,iyon ve serbest elektronlar gibi parçacıkların sayı yoğunluğunu belirleyen bölünme fonksiyonlarından türetilen katkılar yıldız kütlesi $0.3 M_{\odot}$ değerine doğru ilerlerken artar.

Modellerde Kullanılan Opasite Tabloları Yapısal modellerde,8000 K'in üzerindeki sıcaklıklar için Roger ve Iglesias (1996) radyatif kullanılmıştır. Tablolar sıcaklık ,yoğunluk, H,He ,C,O ve OPAL grubu tarafından yazılmış alt programcuyu kullanan metal kütle kesirleri için interpolate edilmiştir. $0.3-0.4 M_{\odot}$ kütle aralığındaki yıldız modellerinde opasite tabloları $\log R = \log\left(\frac{\rho}{T^3}\right) = 4$ değerine ekstrapole edilmiştir. Sıcaklık gradientleri ise hal denkleminin belirlediği termodinamik süreçler tarafından yönetilmektedir ve opasite kat-sayısından bağımsızdır. Rölativistik olmayan elektronlar için kullanılan kon-daktif opasiteler için ise Hubbard ve Lampe tabloları kullanılmıştır. 8000 K'in altındaki sıcaklarda atomik ve moleküler opasiteler Alexander ve Ferguson(1994) çalışmasından elde edilmiştir.

Modellerin Atmosfer Davranışı Yıldızlar için yapısal modellemeler ,merkez-den $\tau = 0.005$ optik derinliğindeki atmosfer katmanlarına kadar integrasyon yapılarak elde edilmiştir. Model atmosferler için kullanılan sıcaklık fiti $T(\tau)$, metal bolluğu (Z) ve yüzey gravitasyonu ve etkin sıcaklığın bir fonksiyonudur.

Kaynaklar

- Bahcall, J. N.: Neutrino Astrophysics, Cambridge University Press, (1989)
Graboske, H. C. et al.: Screening Factors for Nuclear Reactions II. Intermediate Screening and Astrophysical Applications, Astrophysical Journal **180**, (1973)
Küçük, İ. and Çalışkan Ş.: The Effect of Screening Factors and Thermonuclear Reaction Rates in the Pre-Main Sequence Evolution of Low Mass Stars, Journal of Astrophysics and Astronomy, **31**, 135–145, (2010)
Lang K. R.,: Astrophysical Formulae, Springer Verlag Berlin Heidelberg**1:Radiation, Gas Processes and High Energy Astrophysics**, (1999)
Mittler, H. E: Thermonuclear Ion-Electron Screening at All Densities. I Static Solution, Astrophysical Journal **212**, (1977)
Morel, P., et al.: Solar Models and NACRE Thermonuclear Reaction Rates, Astronomy and Astrophysics **350**, 275–285, (1999)
Padmanabhan T.,: Theoretical Astrophysics, Cambridge University Press **1:Astrophysical Processes**, (2000)
Salpeter, E. E.: Electron Screening and Thermonuclear Reactions, Australian J. Phys.**7**, 373S, (1954)
Salpeter, E. E. and Van Horn, H. M.: Solar Models and NACRE Thermonuclear Reaction Rates Nuclear Reaction Rates at High Densities, Astrophysical Journal **155**, (1969)

Siess, L., et al.: An Internet Server for Pre-Main Sequence Tracks of Low- and Intermediate- Mass Stars, *Astron. Astrophysics* **358**, 593-599, (2000)