

YÜKSEK BOYUTTA CHAPLYGIN GAZIN TERMODİNAMIĞI

Emine Canan Günay Demirel¹ ve İhsan Yılmaz²

¹ Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fizik Bölümü, Çanakkale

² Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fizik Bölümü, Çanakkale

Özet Bu çalışmada karanlık enerji adaylarından olan Chaplygin gaz genel relativite çerçevesinde yüksek boyutlu Friedmann-Robertson-Walker (FRW) modelinde incelenmiştir. Ayrıca ortaya konulan Chaplygin gazın termodinamiği skaler alan cinsinden elde edilmiştir.

1 Giriş

1998 (Riess ve ark. (1998)) ve 1999 (Perlmutter ve ark. (1999)) yıllarında yapılan tip Ia süpernova gözlemleri, kozmik mikrodalga fon ışınım ölçümleri (Bennett ve ark. (2003)) ve büyük ölçekteki gözlemler (Percival ve ark. (2001); Tegmark ve ark. (2004)) bugünkü evrenimizin ivmelenecek genişlediğini göstermektedir. Evrenin ivmelendiğini açıklayabilmek için birçok teorik çalışma yapılmış ve çeşitli öneriler ortaya atılmıştır. Bu önerilerden biri Einstein alan denklemlerinin modifikasyonunu (düzeltmelerini) içeren $f(R)$ gravite teorileri ve diğerleri ise egzotik madde (karanlık enerji) kaynaklı kozmolojik modellerdir.

Bilindiği gibi $f(R)$ gravite teorileri madde olmaksızın evrenin ivmelenmesini açıklamaya çalışmaktadır. Bu teori çerçevesinde Einstein alan denklemlerinin modifikasyonu uzay-zamanın geometrisinden yararlanılarak yapılmaktadır. Biz bu çalışmada ivmelenmeye madde kısmındaki karanlık enerji tipi maddelerin sebep olduğu önerisini ele aldık.

Pozitif yoğunluklu, negatif basınçlı karanlık enerjinin de evrenin bugün ki ivmelenmesine sebep olduğu ileri sürülmektedir. Karanlık enerjinin varlığı ve evrende homojen biçimde dağıldığının dışında, niteliği ve özellikleri konusunda bilim insanları pek fazla bilgiye sahip değillerdir (Carroll 2005).

Karanlık enerjinin evrimi ile ilgili sonuçlar genellikle durum denklemi parametresi denir ve ω olarak gösterilen parametre ile ifade edilmektedir. Bu değer karanlık enerjinin basıncının, yoğunluğa oranıdır ($\omega = \frac{p}{\rho}$). Karanlık enerji adayları durum parametresine göre sınıflandırılmaktadır. Eğer $\omega = -1$ ise ivmelenmeye sebep olan karanlık enerji kaynağı Λ kozmolojik sabittir (Weinberg 1989; Sahni ve Starobinsky 2000; Carroll 2001; Padmanabhan 2003; Peebles ve Ratra 2003; Chang ve ark. 2007). Şayet $-1 < \omega \leq -\frac{2}{3}$ ise karanlık enerji kaynağı genelleştirilmiş Chaplygin gazdır (Chakraborty ve Debnath 2006).

Egzotik bir ideal akışkan olarak adlandırılan genelleştirilmiş Chaplygin gaz'ın durum denklemi

$$p = A\rho - \frac{B}{\rho^\alpha} \quad (1)$$

şeklindedir. Burada $0 \leq \alpha \leq 1$, A ve B pozitif sabitlerdir (Benaoum 2002; Debnath ve ark. 2004; Chakraborty ve Debnath 2006).

Bu çalışmada, genelleştirilmiş Chaplygin gaz ile doldurulmuş yüksek boyutlu bir evren modeli incelenip, bunun termodinamiği tartışılmıştır. Yüksek boyutta incelenmesinin sebebi yapılan çalışmalar özellikle sicim teorisi evrenimizin boyutunu dört boyuttan fazla olduğunu, fazla boyutların milimetre mertebesinde diğer uzaysal üç boyut içinde sıkıştırılmış olduğunu göstermektedir (Antoniadis 2007).

2 Einstein Alan Denklemleri

Büyük ölçekteki gravitasyonel etkileşmeleri açıklayan genel relativite teorisinin temel denklemleri olan Einstein alan denklemi

$$G_{ab} \equiv R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = \chi T_{ab} \quad (2)$$

şeklindedir. Burada G_{ab} uzay-zamanın geometrisini veren Einstein alan tensörü, R_{ab} Ricci tensörü, g_{ab} uzay-zamanın metrik potansiyeli, R Ricci skaleri, $\chi(\frac{8\pi G}{c^4})$ sabit ve T_{ab} kozmik madde dağılımını tanımlayan enerji-momentum tensörüdür (Günay Demirel 2009).

Alan denklemlerinin sol tarafı uzay-zaman geometrisi ile diğer yanı ise madde ve madde dağılımıyla (enerji-momentum tensörü ile) ilgilidir (Günay Demirel 2009). Alan denklemlerindeki uzay-zamanın geometrisi ile ilgili olarak

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(dX_n^2)\right] \quad (3)$$

şeklindeki $(n + 2)$ boyutlu homojen-izotrop evren modeli için Friedmann-Robertson-Walker (FRW) metriği göz önüne alınacaktır. FRW metriği seçilmesinin nedeni bugünkü evreni en iyi açıklayan metrik olmasıdır. Burada $a(t)$ ölçek çarpanı, $k = 0, \pm 1$ eğrilik parametresidir ve

$$dX_n^2 = d\theta_1^2 + \sin^2 \theta_1 d\theta_2^2 + \dots + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \dots \sin^2 \theta_{n-1} d\theta_n^2$$

şeklindedir (Huang ve Wang 2004).

Alan denklemlerinin sağ tarafındaki madde yerine ideal akışkan kullanılacaktır. İdeal akışkanın enerji-momentum tensörü

$$T_{ab} = (\rho + p)U_a U_b - pg_{ab} \quad (4)$$

şeklindedir. Burada ρ genelleştirilmiş Chaplygin gazın yoğunluğu, p genelleştirilmiş Chaplygin gazın basıncı ve U_a, U_b ' ler ise hız bileşenleridir.

Santos ve ark. (2006), (2007) çalışmalarında V hacimli bir sistemde termodinamiğin birinci ve ikinci kanununu

$$TdS = dE + pdV \quad (5)$$

ve

$$T \equiv \frac{(\rho + p)}{S} V \quad (6)$$

şeklinde belirtmektedir. Burada E enerji, p basınç, V hacim, S entropi ve T sıcaklıktır (Gonzalez-Diaz ve Siguenza 2004; Lima ve Alcaniz 2004).

(3) metriği ve (4) enerji-momentum tensörü için (2) Einstein alan denklemi

$$\frac{n(n+1)}{2} \left[\frac{\dot{a}^2 + k}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^4} \rho \quad (7)$$

$$-n \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{n(n-1)}{2} \left[\frac{\dot{a}^2 + k}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^4} p \quad (8)$$

şeklinde elde edilir (Chatterjee ve Bhui 1990). Burada $8\pi G = c = 1$ alınacaktır ve $k = 0$ eğriliğine sahip düz evren için çözümlenecektir. (1), (7) ve (8) denklemlerinden genelleştirilmiş Chaplygin gazın yoğunluk ve basıncı

$$\rho(a) = \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (9)$$

ve

$$p(a) = A \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} - B \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (10)$$

şeklinde elde edilir. Burada C integral sabitidir.

Yüksek boyutta hacim aşağıdaki şekildedir.

$$V = a^{n+1} \quad (11)$$

(11) denklemi (9) ve (10) denklemlerinde yerine yazıldığında genelleştirilmiş Chaplygin gazın yoğunluk ve basıncının hacme bağlı ifadeleri

$$\rho(V) = \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (12)$$

ve

$$p(V) = A \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} - B \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (13)$$

şeklindedir.

ω olarak gösterilen durum denklemi parametresi evrendeki maddenin basıncının, yoğunluğa oranı olarak ifade edilmektedir.

$$\omega = \frac{p}{\rho} \quad (14)$$

(14) denkleminde (9) ve (10) denklemlerindeki yoğunluk ve basınç değerleri yerlerine yazıldığında

$$\omega(a) = - \frac{B}{\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}}} + A \quad (15)$$

şeklinde elde edilir. (11) denkleminin (15) denkleminde kullanımından

$$\omega(V) = -\frac{B}{\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}}} + A \quad (16)$$

olur. (16) denklemlerinden de görülebildiği gibi ω parametresi negatiftir. Bu da evrenin ivmelenmesine sebep olan maddenin pozitif yoğunluklu, negatif basınçlı olduğunu göstermektedir. Baskın olan bu madde modelimizde genelleştirilmiş Chaplygin gazdır.

(6) denkleminde (9-11) denklemleri yerlerine yazıldığında sıcaklık

$$T(a) = \frac{C(1+A)}{S a^{A(n+1)} \left[\frac{B a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)} + C(1+A)}{1+A} \right]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}} \quad (17)$$

şeklindedir. (17) denkleminde de görülebileceği gibi a (ölçek çarpanı) arttıkça sıcaklık azalmaktadır. Öyleyse (17) denklemini bize genişleyen bugün ki evrenin soğumakta olduğunu gösterebilmiştir.

(11) denkleminin (17) denkleminde kullanımından sıcaklığın hacme bağlı ifadesi

$$T(V) = \frac{C(1+A)}{S V^A \left[\frac{B V^{(1+\alpha)(1+A)} + C(1+A)}{1+A} \right]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}} \quad (18)$$

şeklindedir.

Bilindiği gibi karanlık enerji skaler alan ile ifade edilebilmektedir. Bu nedenle yukarıda elde edilen çözümlerin skaler alan cinsinden elde edilmesi önemlidir.

İncelenen kozmolojik model, ϕ skaler alan ve $v(\phi)$ etkileşme potansiyeli olarak tanımlanan alan teorisinde aşağıdaki şekildedir.

Skaler alanda ρ enerji yoğunluğu ve p basınç değeri düz evrende ($k = 0$)

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + v(\phi) = \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (19)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - v(\phi) = A \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} - B \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (20)$$

şeklindedir. (19) ve (20) denklemlerinin taraf tarafa toplamından

$$\dot{\phi}^2 = (1+A) \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} - B \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (21)$$

elde edilir. (21) denkleminin integrasyonundan ϕ skaler alan değeri

$$\phi = -\frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{\frac{n}{2}}{(1+A)(n+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \int \left[\frac{C}{(C + \frac{Bz}{1+A})} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{dz}{z} \quad (22)$$

şeklindedir. (19) denkleminde (20) denklemi çıkarıldığında $v(\phi)$ etkileşme potansiyeli

$$v(\phi) = \frac{(1-A)}{2} \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{z} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \frac{B}{2} \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{z} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (23)$$

şeklinde elde edilir. Burada $z = a^{(n+1)(1+\alpha)(1+A)}$ dır. (11) denklemi (22) ve (23) denklemlerinde yerlerine yazıldığında ϕ skaler alan ve $v(\phi)$ etkileşme potansiyelinin hacme bağlı ifadeleri

$$\phi(V) = -\frac{1}{1+\alpha} \left[\frac{\frac{n}{2}}{(1+A)(n+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \int \left[\frac{C}{\left(C + \frac{BV^{(1+\alpha)(1+A)}}{1+A} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{dV}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \quad (24)$$

$$v_\phi(V) = \frac{(1-A)}{2} \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \frac{B}{2} \left[\frac{B}{1+A} + \frac{C}{V^{(1+\alpha)(1+A)}} \right]^{-\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (25)$$

şeklindedir. (6) denkleminde (19) ve (20) denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla

$$T = \frac{\phi^2}{S} V \quad (26)$$

şeklinde elde edilir. (26) denkleminde (11) ve (21) denklemleri yerlerine yazıldığında tekrar (17) denklemi elde edilmiştir. Bu da bize çözümlerin doğru olduğunu açıkça göstermektedir.

3 Sonuç

Bu çalışmada, genelleştirilmiş Chaplygin gaz içerikli $(n+2)$ boyutlu homojen-izotrop bir evren incelenmiştir. Genelleştirilmiş Chaplygin gazın termodinamik yapısı (6) denklemindeki sıcaklık ile açıklanmıştır. (17) denklemi ile genişleyen bugünkü evrenin soğumakta olduğu gösterilmiştir. Ayrıca evrenin madde içeriğinin yoğunluk ve basınç gibi dinamik bileşenleri skaler alan cinsinden elde edilmiştir. Elde edilen tüm çözümler daha önce yapılmış 4-boyutlu genelleştirilmiş Chaplygin gaz çözümlerini de içermektedir (Santos ve ark. 2007).

Kaynaklar

- Antoniadis, I.: The physics of extra dimensions. Lect. Notes Phys. **720** (2007) 293–321
 Benaoum, H.B.: Accelerated universe from modified Chaplygin gas and Tachyonic fluid. (2002) <http://xxx.lanl.gov/abs/hep-th/0205140>.
 Bennett, C.L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S.S., Page, L., Spergel, D.N., Tucker, G.S., Wollack, E., Wright, E.L., Barbers, C., Greason, M.R., Hill, R.S., Komatsu, E., Notla, M.R., Odegard, N., Peirs, H.V., Verde, L., Weiland, J.L.: First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations. Preliminary maps and basic result. *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 1–27

- Carroll, S.M.: The cosmological constant. *Living Rev. Rel.* **4** (2001) 1
- Carroll, S.M.: Dark energy and the preposterous universe. *Sky Telescope* **4** (2005) 1
- Chakraborty, W., Debnath, U.: Is modified Chaplygin gas along with barotropic fluid responsible for acceleration of the universe?. *Modern Physic Letters A* **22** (2006) 1805–1812
- Chang, B., Liu, H., Xu, L., Zhang, C., Ping, Y.: Statefinder parameters for interacting Phantom energy with dark matter. *JCAP.* **0701** (2007) 016
- Chatterjee, S., Bhui, B.: Homogeneous cosmological model in higher dimension . *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **247** (1990) 57–61
- Debnath, U., Banerjee, A., Chakraborty, S.: Role of modified Chaplygin gas in accelerated universe. *Class. Quantum Grav.* **21** (2004) 5609–5617
- Gonzalez-Diaz, P.F., Singuenza, C.L.: Phantom thermodynamics. *Nucl. Phys. B* **697** (2004) 363–386
- Günay Demirel, E.C.: Karanlık madde ve karanlık enerji çözümleri. (Doktora tezi) Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Türkiye (2009)
- Huang, X.J., Wang, Y.J.: Higher-dimensional cosmological models with density-parameter-dependent cosmological constant. *Chinese Phys. Lett.* **21** (2004) 1670–1672
- Lima, J.A.S., Alcaniz, J.S.: Thermodynamics, spectral distribution and the nature of dark energy. *Phys. Lett. B* **600** (2004) 191
- Padmanabhan, T.: Cosmological constant-the weight of the vacuum. *Phys. Rept.* **380** (2003) 235–320
- Peebles, P.J.E., Ratra, B.: The cosmological constant and dark energy. *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 559–606
- Percival, W.J., Baugh, C.M., Bland-Hawthorn, J., Bridges, T., Cannon, R., Cole, S., Colless, M., Collins, C., Couch, W., Dalton, G., De Propris, R., Driver, S.P., Efstathiou, G., Ellis, R.S., Frenk, C.S., Glazebrook, K., Jackson, C., Lahav, O., Lewis, I., Lumsden, S., Maddox, S., Moody, S., Norberg, P., Peacock, J.A., Peterson, B.A., Sutherland, W., Taylor, K.: The 2dF galaxy redshift survey: The power spectrum and the matter content of the universe. *Monthly Notices Of The Royal Astronomical Society (MNRAS)* **324** (2001) 1297
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R.A., Nugent, P., Castro, P.G., Deustua, S., Fabbro, S., Goobar, A., Hook, I.M., Kim, A.G., Kim, M.Y., Lee, J.C., Nunes, N.J., Paln, R., Pennypacker, C.R., Quimby, R., Lidman, C., Ellis, R.S., Irwin, M., McMahon, R.G., Ruiz-Lapuente, P., Walton, N., Schaefer, B., Boyle, B.J., Filippenko, A.V., Matheson, T., Fruchter, A.S., Panagia, N., Newberg, H.J.M., Couch, W.J.: Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. *Astrophys. J.* **517** (1999) 565–586
- Riess, A.G., Filippenko, A.V., Challis, P., Clochiattia, A., Diercks, A., Garnavich, P.M., Gilliland, R.L., Haon, C.J., Jha, S., Kirshner, R.P., Leibundgut, B., Philips, M.M., Reiss, D., Schmidt, B.P., Schommer, R.A., Smith, R.C., Spyromilio, J., Stubbs, C., Suntzeff, N.B., Tonry, J.: Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.* **116** (1998) 1009–1038
- Sahni, V., Starobinsky, A.: The case for a positive cosmological lambda-term. *Int. J. Mod. Phys. D* **9** (2000) 373–444
- Santos, F.C., Bedran, M.L., Soares, V.: On the thermodynamic stability of the generalized Chaplygin gas. *Phys. Lett. B* **636** (2006) 86–90
- Santos, F.C., Bedran, M.L., Soares, V.: On the thermodynamic stability of the modified Chaplygin gas. *Phys. Lett. B* **646** (2007) 215–221

- Tegmark, M., Strauss, M., Blanton, M., Abazajian, K., Dodelson, S., Sandvik, H., Wang, X., Weinberg, D., Zehavi, I., Bahcall, N., Hoyle, F., Schlegel, D., Scoccamarro, R., Vogeley, M., Berlind, A., Budavari, T., Connolly, A., Eisenstein, D., Finkbeiner, D., Frieman, J., Gunn, J., Hui, L., Jain, B., Johnston, D., Kent, S., Lin, H., Nakajima, R., Nichol, R., Ostriker, J., Pope, A., Scranton, R., Seljak, U., Sheth, R., Stebbins, A., Szalay, A., Szapudi, I., Xu, Y., Annis, J., Brinkmann, J., Burles, S., Castander, F.J., Csabai, I., Loveday, J., Doi, M., Fukugita, M., Gillespie, B., Hennessy, G., Hogg, D.W., Ivezić, Z., Knapp, G.R., Lamb, D.Q., Lee, B.C., Lupton, R.H., McKay, T.A., Kunszt, P., Munn, J.A., O'Connell, L., Peoples, J., Pier, J.R., Richmond, M., Rockosi, C., Schneider, D.P., Stoughton, C., Tucker, D.L., Vanden Berk, D.E., Yanny, B., York, D.G.: Cosmological parameters from SDSS and WMAP. *Phys. Rev. D* **69** (2004) 103501
- Weinberg, S.: The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics* **61** (1989) 1–23