

Galaksi'ye ait Evrensel Bir Yıldız Yoğunluğu Dağılım Kanunu

Salih Karaali^{1*}, Esat Hamzaoğlu² ve Selçuk Bilir³

¹ Beykent Üniversitesi, Fen–Edebiyat Fakültesi, Matematik Bilgisayar Bölümü,
İstanbul Türkiye

² Beykent Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Yönetim Bilişim
Sistemleri Bölümü, İstanbul, Türkiye

³ İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü,
İstanbul, Türkiye

Özet 0952+5245 ve SA 114 yıldız alanlarında (5, 6], (6, 7] ve (5, 10] mutlak kadir aralıklarındaki yıldızlara ait, Galaksi düzleminde 8 kpc uzaklığa kadar, düşey doğrultudaki uzay yoğunluklarının bir tek üstel yoğunluk kanunuyla temsil edilebileceğini gösterdik. Böylece, ince ve kalın disklerin ayrık olmadığı görüşü desteklenmiş oldu. Ayrıca, Galaksi düzleminde kiloparseklerce uzaklığa kadar yer alan Galaksi bölgesinin tek bir yapı özelliği gösterdiği de sağlanmış oldu. ELAIS yıldız alanına yapılan uygulama, bu çalışmada elde edilen yoğunluk kanununun klasik yoğunluk kanunlarından daha doğru sonuçlar verdiğini göstermiştir.

1 Galaksi Modelleri

Galaksimizin farklı doğrultularında gözlenen uzay yoğunluklarının (birim hacimdeki yıldız sayısı) incelenmesiyle Galaksimizin yapısı öğrenilmektedir. Gözlemsel çalışmaların bilimsel değerinin olması için bunların modellenmesi gerekir. Modelleme, gözlemlerin matematik formüller ile ifade edilmesi ve fizik anlamlarının verilmesi demektir. Klasik Galaksi modelleri, Bahcall ve Soneira (1980) ve Gilmore ve Wyse (1985) modelinden oluşmaktadır. Birinci modelde, biri disk diğeri halo olmak üzere iki bileşen yer almaktadır. İkinci modelde ise bileşen sayısı üçtür; bunlar ince disk, kalın disk ve halodur. Kalın disk bileşeninin modellere katılmasının sebebi gözlemsel verilerle Galaksi modelinin daha iyi uyuşması içindir

2 Klasik Yoğunluk Kanunları

İnce ve kalın diskler için yoğunluk kanunu aynıdır:

$$D_i(x, z) = n_i e^{(-z/H_i)} e^{[-(x-R_0)/h_i]} \quad (i = 1, 2). \quad (1)$$

* skaraali@beykent.edu.tr

Halo için yoğunluk kanunu ise

$$D_s(R) = n_s \frac{e^{[-7.669(R/R_e)^{1/4}]} }{(R/R_e)^{7/8}}. \quad (2)$$

dir. Burada n_i ve n_s Güneş civarındaki (uzay) yoğunlukları; z Galaksi düzlemine uzaklık, H_i ve h_i yükseklik ve uzunluk ölçekleri; x Galaksi merkezine olan uzaklığın Galaksi düzlemi üzerindeki izdüşümü; R_0 Güneş'in Galaksi merkezine olan uzaklığı (8 kpc, Reid 1993) ve R_e Galaksimizin etkin yarıçapını (2.69 kpc) gösterir.

$$R = [x^2 + (z/\kappa)^2]^{1/2}, \quad (3)$$

$$\kappa = c/a, \quad (4)$$

$$x = [R_o^2 + (z/\tan b)^2 - 2R_o(z/\tan b) \cos l]^{1/2}. \quad (5)$$

Burada l ve b Galaktik enlem ve boylamı gösterir.

3 İnce Disk, Kalın Disk ve Halo için Tek Bir Fizik Kanunu

Gilmore ve Wyse'in (1985) yaklaşımını kullanarak Galaksimizin üç bileşeni için, sadece düşey doğrultuda geçerli olmak üzere tek bir fizik kanunu elde edeceğiz. Her üç bileşene ait uzay yoğunluklarının toplamının tek bir denklem ile hesaplanan yoğunluklarla örtüştüğünü göstereceğiz.

İnce ve kalın disklere ait yoğunluk kanunu (1'deki denklem) sadece düşey doğrultu için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$D(z) = ne^{(-z/H)}. \quad (6)$$

$1/H = a_1$ ve $n = e^{-a_0}$ yazarsak, (6) ifadesi aşağıdaki şekli alır:

$$D(z) = e^{[-(a_1z+a_0)]}, \quad (7)$$

(7) denkleminde üstel ifadedeki birinci dereceden polinom yerine, ikinci dereceden bir polinomun yazılması halinde, bu denklemin her iki diske ve haloaya ait yoğunlukları temsil edeceğini iddia ediyoruz. Söz konusu denklem ve logaritmik şekli aşağıda verilmiştir.

$$D(z) = e^{[-(a_2z^2+a_1z+a_0)]}, \quad (8)$$

$$a_2z^2 + a_1z + a_0 = -\ln D(z). \quad (9)$$

4 Parametrelerin Tayini

(9) denklemindeki a_i ($i=1, 2, 3$) parametrelerinin tayini için 0952+5245 ($l = 83.^\circ38$, $b = 48.^\circ55$) alanının $5 < M_g \leq 6$ ve $6 < M_g \leq 7$ mutlak kadir aralıklarında ve SA 114 alanının ($l = 68.^\circ38$, $b = -48.^\circ38$) $5 < M_g \leq 10$ mutlak kadir aralığındaki uzay yoğunlukları (Karaali ve diğ. 2004) kullanılmıştır (Tablo 1 ve Tablo 2).

Çizelge 1. $5 < M_g \leq 6$ ve $6 < M_g \leq 7$ mutlak kadir aralıkları için Galaksi düzleminde z^* (kpc) uzaklığındaki logaritmik uzay yoğunlukları (D^*).

$M_g \rightarrow$	(5,6]		(6,7]	
Sıra	z^*	D^*	z^*	D^*
1	0.00	7.47	0.00	7.47
2	0.86	6.47	0.61	6.62
3	1.48	5.90	1.10	6.08
4	2.25	5.36	1.86	5.50
5	2.99	4.93	2.59	5.05
6	3.73	4.59	3.34	4.62
7	4.66	4.26	4.10	4.21
8	6.17	3.72		

Çizelge 2. $5 < M_g \leq 10$ mutlak kadir aralığı için Galaksi düzleminde z^* (kpc) uzaklığındaki logaritmik uzay yoğunlukları (D^*).

Sıra	z^*	D^*
1	0.00	7.52
2	0.41	6.90
3	0.63	6.62
4	0.93	6.24
5	1.30	5.91
6	1.68	5.62
7	2.06	5.42
8	2.60	5.10
9	3.36	4.71
10	4.66	4.29
11	6.46	3.81
12	8.28	3.37
13	10.21	3.11

$5 < M_g \leq 6$ mutlak kadir aralığı için Tablo 1'deki (z^* , D^*) çiftleri sıra numaralarına göre (1, 2, 3, 4), (1, 3, 4, 5), (1, 4, 5, 6), (1, 5, 6, 7) ve (1, 6, 7, 8) olmak üzere beş örneğe ayrıldı ve her bir örnek için en küçük kareler

yöntemiyle a_i ($i=1, 2, 3$) parametreleri tayin edildi. Sonuçlar Tablo 3'te verilmiştir. Güneş civarındaki uzay yoğunluğunu temsil eden a_0 parametresinin, aynı bir mutlak kadir aralığındaki örnekler için bulunan sayısal değerlerinin eşit olması gerekir. Tablo 3'teki a_0 değerlerinin birbirine eşit olması, uygulanan yöntemin doğruluğunu göstermektedir. Benzer işlem $6 < M_g \leq 7$ mutlak kadir aralığı için de yapılmış ve sonuçlar Tablo 3'te verilmiştir. Burada da, farklı örneklerdeki a_0 değerlerinin eşit olduğuna dikkat edelim.

SA 114 alanındaki yıldızların mutlak kadir aralığı daha geniş olduğundan ($5 < M_g \leq 10$), bu aralığa ait örnek sayısı ve her bir örnekteki (z^* , D^*) çifti sayıca daha çoktur. Örnekler, sıra numaralarına göre (1, 2, 3, 4, 5, 6), (1, 3, 4, 5, 6, 7), (1, 4, 5, 6, 7, 8), (1, 5, 6, 7, 8, 9), (1, 6, 7, 8, 9, 10), (1, 7, 8, 9, 10, 11), (1, 8, 9, 10, 11, 12), (1, 9, 10, 11, 12, 13)'den ibarettir (Tablo 4).

Bu tabloda dikkati çeken bir nokta, sekiz örneğe ait a_0 değerlerinin eşit olmamasıdır. Bu farklılık Güneş civarındaki uzay yoğunluğu cinsinden $7.43 \leq D^*(0) \leq 7.52$ aralığına karşılık gelmektedir. Bu beklenen birşeydir. Çünkü bu yıldızlar, Tablo 3'teki yıldızlardan farklı olarak, bir tek mutlak kadir aralığında bulunmuyorlar ve farklı mutlak kadir aralığındaki yıldızların Güneş civarındaki (Hipparcos) uzay yoğunlukları farklıdır.

Çizelge 3. $5 < M_g \leq 6$ and $6 < M_g \leq 7$ mutlak kadir aralıklarında bulunan örnekler için tayin edilen a_i ($i=1, 2, 3$) parametreleri.

$M_g \rightarrow$ (5,6]				$M_g \rightarrow$ (6,7]			
Örnek No	$\langle z^* \rangle$	z^*	D^*	Örnek No	$\langle z^* \rangle$	z^*	D^*
1	1.53	0.00	7.47	1	1.19	0.00	7.47
		0.86	6.47			0.61	6.62
		1.48	5.90			1.10	6.08
		2.25	5.36			1.86	5.50
		$a_2 = -0.3705(0.0034)$				$a_2 = -0.6180(0.0026)$	
		$a_1 = 2.9923(0.0077)$				$a_1 = 3.5886(0.0050)$	
		$a_0 = 5.8262(0.0034)$				$a_0 = 5.8251(0.0020)$	
2	2.24	0.00	7.47	2	1.85	0.00	7.47
		1.48	5.90			1.10	6.08
		2.25	5.36			1.86	5.50
		2.99	4.93			2.59	5.05
		$a_2 = -0.3095(0.0305)$				$a_2 = -0.4710(0.0761)$	
		$a_1 = 2.8734(0.0922)$				$a_1 = 3.3561(0.2026)$	
		$a_0 = 5.8315(0.0601)$				$a_0 = 5.8338(0.1136)$	
3	2.99	0.00	7.47	3	2.58	0.00	7.47
		2.25	5.36			1.86	5.50
		2.99	4.93			2.59	5.05
		3.73	4.59			3.34	4.62
		$a_2 = -0.2546(0.0105)$				$a_2 = -0.3040(0.0453)$	
		$a_1 = 2.7246(0.0384)$				$a_1 = 2.2685(0.1502)$	
		$a_0 = 5.8271(0.0296)$				$a_0 = 5.8329(0.1076)$	
4	3.79	0.00	7.47	4	3.34	0.00	7.47
		2.99	4.93			2.59	5.05
		3.73	4.59			3.34	4.62
		4.66	4.26			4.10	4.21
		$a_2 = -0.2183(0.0099)$				$a_2 = -0.2062(0.0222)$	
		$a_1 = 2.6006(0.0447)$				$a_1 = 2.6699(0.0886)$	
		$a_0 = 5.8272(0.0419)$				$a_0 = 5.8286(0.0726)$	
5	4.85	0.00	7.47				
		3.73	4.59				
		4.66	4.26				
		6.17	3.72				
		$a_2 = -0.1461(0.0213)$				$a_2 = -0.1461(0.0213)$	
		$a_1 = 2.2933(0.1288)$				$a_1 = 2.2933(0.1288)$	
		$a_0 = 5.8336(0.1704)$				$a_0 = 5.8336(0.1704)$	

5 Birleştirilmiş Yoğunluk Kanununun Uygulanması

Elde edilen yoğunluk kanunu ELAIS yıldız alanının ($l = 84^\circ.27$, $b = +44^\circ.90$) $5 < M_g \leq 6$, $6 < M_g \leq 7$ ve $5 < M_g \leq 10$ mutlak kadir aralıklarındaki yıldızlara

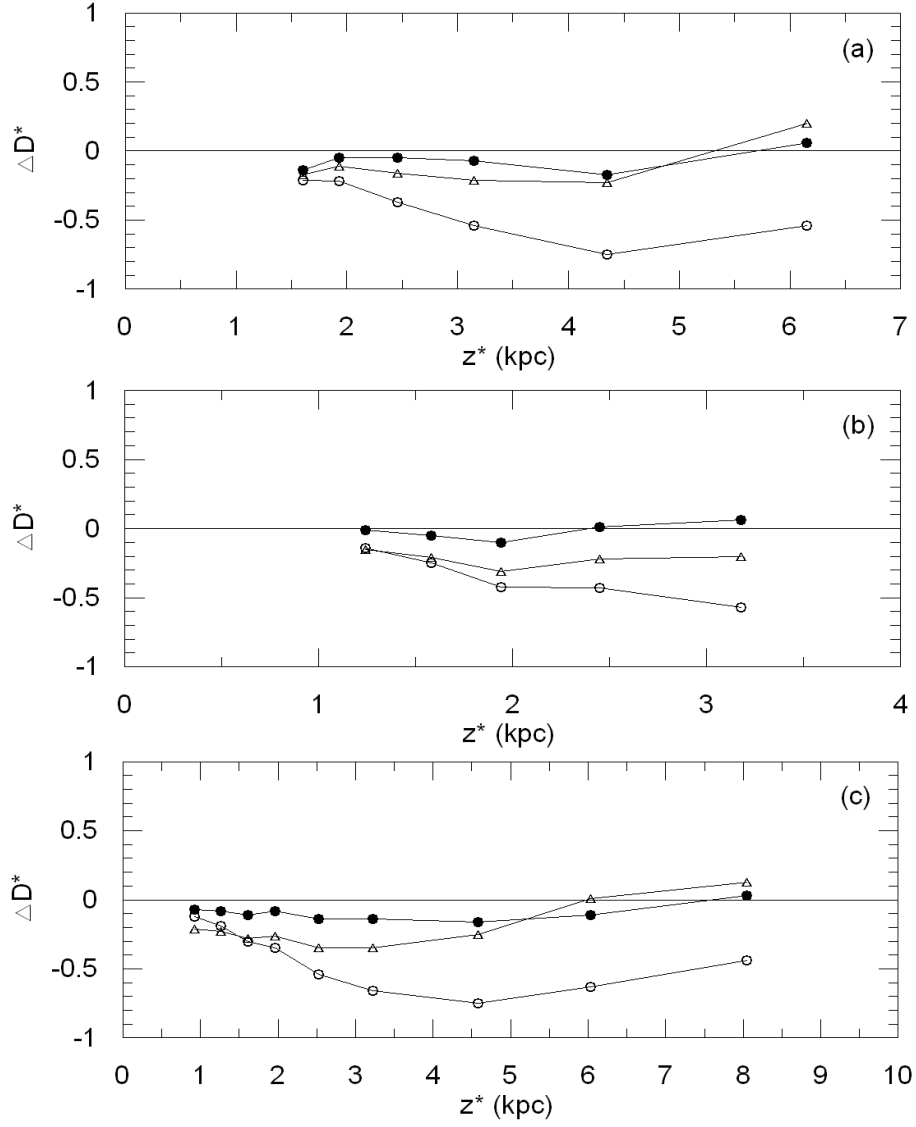
Çizelge 4. $5 < M_g \leq 10$ mutlak kadir aralığında bulunan örnekler için tayin edilen a_i ($i= 1, 2, 3$) parametreleri.

Örnek No	$\langle z^* \rangle$	z^*	D^*	Örnek No	$\langle z^* \rangle$	z^*	D^*		
1	0.99	0.00	7.52	$a_2 = -0.6939(0.0522)$	5	2.87	0.00	7.52	$a_2 = -0.2895(0.0302)$
		0.41	6.90	$a_1 = 3.7701(0.0928)$			1.68	5.62	$a_1 = 2.9160(0.1492)$
		0.63	6.62	$a_0 = 5.7082(0.0344)$			2.06	5.42	$a_0 = 5.7740(0.1725)$
		0.93	6.24				2.60	5.10	
		1.30	5.91				3.36	4.71	
		1.68	5.62	4.66	4.29				
2	1.32	0.00	7.52	$a_2 = -0.6832(0.0342)$	6	3.83	0.00	7.52	$a_2 = -0.2012(0.0252)$
		0.63	6.62	$a_1 = 3.7569(0.0742)$			2.06	5.42	$a_1 = 2.5807(0.1739)$
		0.93	6.24	$a_0 = 5.7072(0.0354)$			2.60	5.10	$a_0 = 5.8300(0.2685)$
		1.30	5.91				3.36	4.71	
		1.68	5.62				4.66	4.29	
		2.06	5.42	6.46	3.81				
3	1.71	0.00	7.52	$a_2 = -0.5462(0.0633)$	7	5.07	0.00	7.52	$a_2 = -0.1428(0.0249)$
		0.93	6.24	$a_1 = 3.5190(0.1720)$			2.60	5.10	$a_1 = 2.2799(0.2196)$
		1.30	5.91	$a_0 = 5.7495(0.1085)$			3.36	4.71	$a_0 = 5.9073(0.4266)$
		1.68	5.62				4.66	4.29	
		2.06	5.42				6.46	3.81	
		2.60	5.10	8.28	3.37				
4	2.20	0.00	7.52	$a_2 = -0.3891(0.0536)$	8	6.59	0.00	7.52	$a_2 = -0.1082(0.0176)$
		1.30	5.91	$a_1 = 3.1897(0.1889)$			3.36	4.71	$a_1 = 2.0541(0.1901)$
		1.68	5.62	$a_0 = 5.7616(0.1586)$			4.66	4.29	$a_0 = 5.9122(0.4583)$
		2.06	5.42				6.46	3.81	
		2.60	5.10				8.28	3.37	
		3.36	4.71	10.21	3.11				

uygulanmış ve hesaplanan uzay yoğunlukları, Tablo 1 ve 2'de verilen Bilir ve diğ.'ne (2006) ait orijinal uzay yoğunlukları ile karşılaştırılmıştır. Bunun için, Tablo 3-4'teki $\langle z^* \rangle$ değerleri arasında interpolasyon/extrapolasyon yapılarak, orijinal uzay yoğunluklarının tayin edildiği z^* uzaklıkları için a_i ($i=1, 2, 3$) parametreleri elde edilmiştir. Bu parametreler (9) denkleminde yerine konularak uzay yoğunlukları hesaplanmıştır. Birleştirilmiş yoğunluk kanunuyla hesaplanan D^* yoğunluklarıyla orijinal yoğunluklar Şekil 1'de karşılaştırılmıştır. Aynı şekilde, Phleps ve diğ. (2000) ve Juric ve diğ.'nin (2008) klasik yoğunluk kanunlarından elde ettikleri yoğunluklarla orijinal yoğunluklar da karşılaştırılmıştır. Bu çalışmamızda elde edilen yoğunluklar, orijinal yoğunluklara daha yakındır. Yani yeni yoğunluk kanunu klasik kanunlardan daha üstündür.

6 Tartışma

Galaksi düzleminde 8 kpc uzaklığa kadar hesaplanan uzay yoğunluklarının düşey doğrultudaki değişiminin tek bir yoğunluk kanunuyla ifade edilebileceğini gösterdik. Bu buluş, ince ve kalın disklerin ayrık olmayışı düşüncesini doğrulamak-tadır (Norris 1987; Ivezić ve diğ. 2008). Aynı yoğunluk kanununun halo bileşenini de temsil etmesi ise Norris'in (1987), $[Fe/H] < -1$ metal bolluğundaki maddenin önemli bir miktarının disk benzeri yapıda olduğu şeklindeki görüşünü desteklemektedir.



Şekil 1. Hesaplanan logaritmik uzay yoğunluklarıyla orijinal yoğunluklar arasındaki farkların (ΔD^*) Galaksi düzleminin uzaklığı (z^*) göre değişimi. (a), (b) ve (c) paneleri, sırasıyla, $5 < M_g \leq 6$, $6 < M_g \leq 7$ ve $5 < M_g \leq 10$ mutlak kadir aralığındaki yoğunlukları temsil etmektedir. Semboller: Bu çalışma (●), Phleps ve diğ. (○) ve Juric ve diğ. (△).

7 Teşekkür

Salih Karaali ve Esat Hamzaoğlu verdiği maddi destekten dolayı Beykent Üniversitesi'ne teşekkür ederler.

Kaynaklar

- Bahcall, J. N., Soneira, R. M.: *ApJS*, **44** (1980) 73
Bilir, S., Karaali, S., Gilmore, G.: *MNRAS*, **366** (2006) 1295
Ivezic, Z., ve diğ.: *ApJ* **684** (2008) 287
Juric, M., ve diğ.: *ApJ* **673** (2008) 864
Gilmore, G., Wyse, R. F. G.: *AJ* **90** (1985) 2015
Karaali, S., Bilir, S., Hamzaoğlu, E.: *MNRAS* **355** (2004) 307
Norris, J. E.: *ApJ*, **314L**, (1987) 39
Phleps, S., Meisenheimer, K., Fuchs, B., Wolf, C.: *A&A* **356** (2000) 108
Reid, M. J.: *ARA&A*, **31** (1993) 345