

GÜNEŞ VE BENZERİ YILDIZLARDA MANYETİK KONVEKSİYON

Gülizar GENÇOĞLU¹, * Evrim KIRAN² ve Rennan PEKÜNLÜ³

¹ EGE Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Bornova,
35100, İzmir, gulizast@gmail.com

² EGE Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Bornova,
35100, İzmir, evrimkiran@mail.ege.edu.tr

³ EGE Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Bornova,
35100, İzmir, rennan.pekunlu@ege.edu.tr

Özet Bu çalışmada, elde edilmiş herhangi bir orijinal ürün sunulmamıştır. Ferriz-Mas ve Schüssler (1993)'in çalışması fiziksel ve matematiksel adımlarda incelenmiştir. Bu çalışmada, önceki çalışmalardan farklı olarak akı tüpü içindeki gaz ile dış ortamın farklı hızlarda döndüğü kabul edilmiştir. Konvektif bölge tabanında yatan kararlı manyetik akı tüpünün yüzeye çıkması için kararsız hale gelmelidir. Bu kararsızlığa neden olabilecek kuvvetler incelenmiştir.

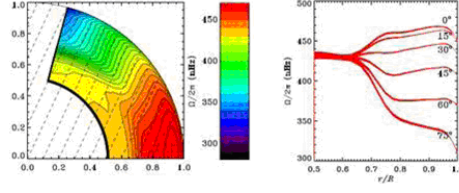
1 Giriş

Güneş ve Güneş benzeri yıldızlarda manyetik konveksiyon bölgesinin altında manyetik akı tüpü bulunur. Dinamo etkisiyle manyetik akı tüpünün güçlendirilmesi için belli bir zamana ihtiyaç vardır. Bu konudaki temel problemler, manyetik akı tüpünün bu zaman boyunca konveksiyon bölgesi tabanında nasıl kaldığı ve manyetik akı tüpünü yüzeye çıkartmaya yarayan kararsızlığın nedenleridir. Bu problemi çözmek için ince akı tüpü yaklaşımı yapılarak diferansiyel dönme göz önünde bulundurulur. Böylece diferansiyel dönme ve katmanlaşmanın etkisi altındaki, eşlek bölgesine yerleşmiş olan eksensimetrik toroidal akı tüplerinin kararlılığı incelenebilir. Akı tüpünün denge durumu, üç nedenden dolayı kararsız olabilir: a) akı tüpü çevresinin süperadyabatik olması b) diferansiyel dönme ve c) akı tüpü dışındaki plazma akımları.

2 Temel Denklemler

Yıldız konveksiyon bölgesinde yer alan, yalıtılmış bir ince akı tüpünü varsayalım. Bu akı tüpü, diferansiyel dönme ve diğer hız alanlarının etkisi altındadır. Bu durumda akı tüpünün devinim eşitliklerini inceleyebiliriz. İnce akı tüpü yaklaşımının temel varsayımı, akı tüpüyle onu çevreleyen ve manyetik alan içermeyen ortamın anlak yatay basınç dengesidir. Akı tüpünün içi ve dış ortam arasındaki basınç

* gulizast@gmail.com



Şekil 1. GONG verisinden yararlanılarak Güneş'in dönme profilinin yarıçapın bir fonksiyonu olarak gösterimi. Sol: belli hızlarla dönen bölgelerin eş yükselti haritaları (Howe ve ark., 2005). Sağ: Belli enlemlerde diferansiyel dönmenin radyal yöne bağlılığı (Howe ve ark., 2000)

dengeğini incelerken dış ortamın manyetik alana sahip olmadığı kabul edilmiştir. p_i akı tüpü içindeki basıncı, p_e ise akı tüpü dışındaki basıncı ifade etmek üzere; basınç dengesi aşağıdaki eşitlikle ifade edilir:

$$p_i + \frac{B^2}{8\pi} = p_e \quad (1)$$

Diferansiyel dönme göz ardı edilerek, ideal MHD yaklaşımıyla sabit açısız hızıyla dönen konsayı düzeneğinde akı tüpünün devinim eşitliği şu şekildedir:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla \left(p + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{(B \cdot \nabla) B}{4\pi} + \rho g - \rho \Omega \times (\Omega \times r) + 2\rho v \times \Omega \quad (2)$$

Bu denklemden, D/Dt materyal türevi ($\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$) göstermektedir. Denklemin sağ kısmındaki birinci terim manyetik basınç kuvveti, ikinci terim manyetik gerilme kuvveti, üçüncü terim çekim kuvveti, dördüncü terim merkezkaç kuvveti ve son terim ise corolis kuvvetini göstermektedir. Manyetik akı tüpü dışındaki ortamın akı tüpünün devinimi tarafından tedirgin edilmediği varsayılmıştır ($\partial/\partial t = 0$). Bu durumda dış ortamın devinim eşitliği:

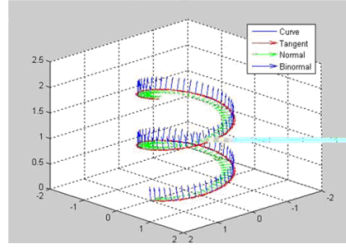
$$\rho_e \frac{Dv_e}{Dt} = \rho_e (v_e \cdot \nabla) v_e = -\nabla p_e + \rho_e [g - \Omega \times (\Omega \times r)] + 2\rho_e v_e \times \Omega \quad (3)$$

"e" alt indisi dış ortamı (external medium) temsil eder. Akı tüpü eğrilik ve burulma gösteren bir yapı olduğu için akı tüpünü Frenet vektör tabanında incelemek faydalı olacaktır. Frenet vektör tabanındaki birim vektörler şu şekildedir:

$$e_t = \frac{\partial r(s,t)}{\partial s}; e_n = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 r(s,t)}{\partial s^2}; e_b = e_t \times e_n$$

Buna göre devinim eşitliklerini yazacak olursak şöyle olur:

$$\begin{aligned} \left(\rho_i \frac{Dv_i}{Dt} \right) \cdot e_t &= -\frac{\partial p_i}{\partial s} + \rho_i \cdot e_t - \rho_i [\Omega \times (\Omega \times r)] \cdot e_t + 2\rho_i (v_i \times \Omega) \cdot e_t \\ \left(\rho_i \frac{Dv_i}{Dt} \right) \cdot e_n &= (\rho_i - \rho_e) g \cdot e_n - \rho_i [\Omega \times (\Omega \times r)] \cdot e_n + 2\rho_i (v_i \times \Omega) \cdot e_n \\ &- \rho_e [-\Omega \times (\Omega \times r) + 2v_e \times \Omega - (v_e \cdot \nabla) v_e] \cdot e_n + \left(\frac{B^2}{4\pi} \kappa \right) + F_D \cdot e_n \end{aligned}$$



Şekil 2. Frenet-serret koordinat sisteminde $t(s)$, $n(s)$, $b(s)$ birim vektörlerin 3 boyutlu gösterimi.

$$\left(\rho_i \frac{Dv_i}{Dt}\right) \cdot e_b = (\rho_i - \rho_e) g \cdot e_n - \rho_i [\Omega \times (\Omega \times r)] \cdot e_b + 2\rho_i (v_i \times \Omega) \cdot e_b - \rho_e [-\Omega \times (\Omega \times r) + 2v_e \times \Omega - (v_e \cdot \nabla) v_e] \cdot e_b + F_D \cdot e_b \quad (4)$$

($F_D \cdot e_t = 0$). Sonsuz elektriksel iletkenlik sınırında süreklilik eşitliği ve manyetik indüksiyon eşitliği birleştirilirse,

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{B}{\rho_i} \right) \equiv \left(\frac{B}{\rho_i} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_i \quad (5)$$

olur. Bu denklemi ince akı tüpü için yazmak istersek,

$$\frac{Dv}{Dt} \left(\frac{\rho_i}{B} \right) + \frac{\rho_i}{B} \left[\frac{\partial}{\partial s} (v_i \cdot e_t) - \kappa (v_i \cdot e_n) \right] = 0 \quad (6)$$

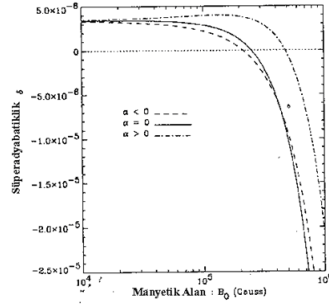
şekline dönüşür. Yıldızların konveksiyon bölgelerinin derinliklerinde ortaya çıkan kararsızlıklar için izentropik devinim eşitliği iyi bir yaklaşım olur. Çünkü dinamik zaman ölçeği, akı tüpünün çevresiyle ışımsal veya ısısal iletkenlik yoluyla erke alış-veriş zaman ölçeğinden çok daha küçüktür (Moreno-Insertis, 1986). Bir gazın durum denklemi izentropi yaklaşımıyla

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\gamma p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (7)$$

şeklinde yazılır. Daha önce bahsetmiş olduğumuz eşlek düzleminde yer alan eksen simetrik akı tüpünün kararlılığını incelemek için gereken eşitlikleri elde etmiş olduk. İnce akı tüpü yaklaşımıyla, (1) Basınç dengesi denklemi, (4) Devinim eşitliği, (6) Manyetik indüksiyon ve süreklilik denklemi, (7) İzentropi durumunda hal denklemi elde edilir. Bu denklemler birleştirildiğinde kapalı bir denklem sistemi elde edilmiş olur. Bu denklem sistemi doğrusallaştırılır ve dağılma bağıntısı elde edilir. Akı tüpünün kararsızlık koşulu $F(f) - \beta \delta + \alpha (2 + \alpha) (3 + \sigma) \tilde{\Omega}_{e_o}^2 + 4(1 + q) \tilde{\Omega}_{e_o}^2 < 0$ eşitsizliği ile verilir.

3 Sonuçlar

Güneş ve diğer soğuk yıldızların overshoot bölgeleri de içermek üzere, dış konveksiyon bölgelerinde manyetik akı depolanma sorununun çözümü için ince akı



Şekil 3. Eksen bakışıklığı gösteren ($m = 0$) biçimlere ilişkin kararlılık çizgesi. Güneş'in konveksiyon bölgesinin dibi ($\gamma = 5/3, \sigma = -1.82, f = 0.11, \Omega_{eo} = 2.7 \times 10^{-6} s^{-1}, q = 0.06$) nin temsili parametreleri için B_o manyetik alan yoğunluğuna karşı süperadyabatikliği. Her bir eğri, kararsızlık bölgesini (parabolundışı) kararlılık bölgesinden (parabolun içi) ayırmaktadır. Sürekli çizgi, $\Omega = \Omega_{eo}$; kesikli çizgi, $\Omega < \Omega_{eo}$ ve kesikli nokta biçimindeki çizgiler $\Omega > \Omega_{eo}$ durumlarına karşılık gelmektedir. Bu durumlarda izin verilebilir en büyük açısal hız farkının $(\Omega_{eo} - \Omega) = v_A/r_o$ olduğu varsayılmıştır (Ferriz-Mas Schüssler, 1993).

tüpü yaklaşımında manyetik yapıların kararlılığı doğrusal tedirginlik bağlamında incelenmiştir. Buna göre, akı tüpü içindeki plazma çevresine göre daha hızlı dönerse, "uçlağa doğru kayma kararsızlığı" (Spruit van Ballegooijen, 1982), bastırılmış olur. Eşlek düzlemindeki tedirginliklerin ortaya çıkardığı eksenel bakışık biçimler, açısal momentumun korunumu nedeniyle dönmenin etkisiyle güçlü bir biçimde bastırılır. Güneş'in konveksiyon bölgesinin dibindeki overshoot katmanında geçerli koşullar altında, $10^5 G$ dek manyetik alan yoğunluğuna sahip tüpler, kararlıdır. $10^5 G - 1.5 \times 10^5 G$ alan değerleri aralığında ikinci bir kararlılık bölgesi bulunmuştur. Yeni kararlılık bölgesinin ortaya çıktığı B_o ve δ değerler aralığı, α (iç-dış ortamların dönme hızları oranı) ve q (diferansiyel dönme) değerlerine duyarlı bir biçimde bağlıdır. $10^4 G$ 'a dek manyetik alan yoğunluğuna sahip akı tüplerinin kararlılığı, çoğunlukla diferansiyel dönme ile belirlenir. $B \geq 10^5 G$ için kararlılık, sadece tabakalaşmaya bağlıdır.

Kaynaklar

- Ferriz-Mas, A. Schüssler, M., 1993, Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, Vol. 72, 209.
 Howe, R., Christensen-Dalsgaard, J., Hill, F., Komm, R.W., Larsen, R.M., Schou, J., Thompson, M.J., Toomre, J., 2000, Science, 287, 2456.
 Howe, R., Christensen-Dalsgaard, J., Hill, F., Komm, R., Schou, J., Thompson, M.J., 2005, ApJ, 634, 1405.
 Moreno-Insertis, F., Schüssler, M. Ferriz-Mas, A., 1992, AA, 264, 686.
 Moreno-Insertis, F., 1986, AA, 166, 291.
 Spruit, H.C., van Ballegooijen, 1982, AA, 106, 58 (erratum, AA, 113, 350, 1982)