

GYROVİSKOZ KARARSIZLIKTA ORTAYA ÇIKAN DALGA MODLARININ FİZİKSEL YAPISI

Ebru DEVLEN

Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Bornova, 35100 İzmir
ebru.devlen@ege.edu.tr

Özet: Sıcak, seyreltik, diferansiyel dönen plazmada sonlu Larmor yarıçapı etkisinin neden olduğu gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığı sonucu ortaya çıkan dalga modlarının detaylı fiziksel yapısı incelenmiştir. Sonlu Larmor yarıçapı etkisi hız gradyenti boyunca ek bir sürüklenme dalgası üretir. Sürüklenme, Alfven ve manyetik-Coriolis dalgaların dalgasayısı-frekans diyagramları elde edilmiştir. Son derece güçlü olan bu kararsızlık toplanma disklerinden gökada kümelerinin küme içi ortamına, yıldız koronasından yıldızlararası ortama değin geniş bir astrofiziksel plazma ortamlarına uygulanabilir.

1. Giriş

İyon çarpışma ortalama serbest yolunun (λ_i) iyon gyroyarıçapından (r_{Li}) çok çok büyük olduğu ve iyon cyclotron frekansının (ω_{ci}) iyon-iyon çarpışma frekansından ν_{ii} çok çok büyük olduğu plazmalar seyreltik (dilute) plazma olarak adlandırılır. Spitzer (1962) hidrojen plazma için $\varepsilon \equiv \omega_{ci} / \nu_{ii}$ parametresini şöyle tanımlamıştır:

$$\varepsilon = \left(\frac{1.09 \times 10^5}{n} \right) \frac{T_4^{3/2} B_{\mu G}}{\ln \Lambda} \quad (1)$$

burada n , cm^{-3} biriminde proton sayı yoğunluğu; T_4 , $10^4 K$ biriminde sıcaklık; $B_{\mu G}$, $10^{-6} G$ biriminde manyetik alan ve $\ln \Lambda$, Coulomb logaritmasıdır. $\varepsilon \ll 1$ koşulu $n \leq 1$, $T_4 \geq 1$ için çok çok zayıf manyetik alanlarda bile sağlanmaktadır.

Seyreltik plazmada manyetik hidrodinamik (MHD) eşitlikler manyetik alan çizgileri boyunca olan özgür parçacık akışkandan kaynaklanan yönbağımlı taşınım terimlerini içermelidir (Braginskii 1965). İyon paralel viskozitesi elektronunkinden $(m_i/m_e)^{1/2}$ çarpanı denli büyüktür. Bu yüzden seyreltik plazmanın viskozitesi başlıca iyonlar tarafından belirlenir. Zayıf bir manyetik alanla çevrili astrofiziksel seyreltik plazmada momentum, manyetik alan çizgileri boyunca iyonlar tarafından taşınır.

2. Gyroviskoz Kararsızlık

Stres tensörünü içeren iki akışkan denklemleri kullanılarak genişletilmiş MHD denklemleri elde edilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P - \nabla \times \mathbf{\Pi} + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{c} + \rho \mathbf{g} \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)P + \frac{5}{3}P(\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{Q} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5)$$

burada ρ kütle yoğunluğu, $\mathbf{v}$ akışkan hızı, P skaler basınç, Π stres tensörü, $\mathbf{g}$ çekim ivmesi, $\mathbf{Q}$ ısı akısıdır. Stres tensörünün paralel ve gyroviskoz bileşeni şöyledir:

$$\Pi^v = 0.96 \frac{P_i}{2\nu_{ii}} (\mathbf{I} - 3\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{b}}) (\hat{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{b}}) \quad (6)$$

$$\Pi^{gv} = \frac{P_i}{4\omega_{ci}} \left[\hat{\mathbf{b}} \times \mathbf{W} \cdot (\mathbf{I} + 3\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{b}}) + \left[\hat{\mathbf{b}} \times \mathbf{W} \cdot (\mathbf{I} + 3\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{b}}) \right]^T \right] \quad (7)$$

Burada $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{B} / B$ manyetik alan boyuncaki birim vektör ve $\mathbf{W} = \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T - 2/3 \mathbf{I}(\nabla \cdot \mathbf{v})$ şekil değiştirme hız tensörüdür (rate of strain tensor).

Devlen & Pekünlü (2010) ve Devlen (2011) tüm tedirgin edilmiş niceliklerin uzay-zaman bağımlılığını $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)$ varsayıp, ısı akısının varlığı ve yokluğunda yukarıdaki MHD denklemlerini doğrusallaştırarak dağılma bağıntısını elde etmişlerdir. Nümerik çözümler çok güçlü bir kararsızlığın ortaya çıktığını göstermiştir. Gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığının özgür erke kaynağı gyroviskoz kuvvetle eşleşen diferansiyel dönmedir. Bu kararsızlığın büyüme oranı $0.5\Omega - 3\Omega$ düzeylerindedir. Konvektif kararlı seyreltik plazmanın kararsızlığı üzerinde sıcaklık gradyentinin işareti önemli değildir. Kararsız bölgelerin genişliği ve kararsızlığın büyüme oranı $\theta = \tan^{-1}(B_z / B_\phi)$ açısına ve gyroviskozite parametresine bağlıdır. Bu kararsızlık dev karadeliklerin etrafındaki düşük yoğunluklu toplanma akışları, ışınsal olarak etkin olmayan toplanma akışları, gökadalara yıldızlararası ortamı, gökada kümelerinin küme içi ortamı gibi seyreltik plazma içeren cisimlerin yanısıra kararsızlık sıcaklık gradyentinden bağımsız olduğundan yıldız koronalarındaki soğuk, yoğun gaz ile sıcak, yoğunluğu düşük plazma arasındaki geçiş bölgelerinde, toplanma diskleri ile yıldızlararası ortamda karşımıza çıkacaktır.

3. Modların Fiziksel Yapısı

Bu kararsızlık sonucu plazmada ortaya çıkan dalga modlarını incelemek ve sonlu Larmor yarıçapı (Finite Larmor Radius: FLR) etkisinin fiziksel anlamını yorumlamak için dik manyetik alan $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$ içeren tekdüze (uniform) dönen seyreltik plazmayı inceleyelim. Basitlik için paralel viskozite, ısı akısı ve radyal katmanlaşmayı boşlayalım. Sadece z ye bağlı olan düzlemsel dalga tedirginliklerini ($\exp(ikz - i\omega t)$ biçimindeki) alalım. Doğrusallaştırılmış hareket denklemi ile indüksiyon denkleminin radyal ve azimut bileşenleri şöyledir:

$$-i\omega\delta v_R - (2\Omega - 4V_{gro})\delta v_\phi - \frac{ikB}{4\pi\rho}\delta B_R = 0 \quad (8)$$

$$-i\omega\delta v_\phi + (2\Omega - 4V_{gro})\delta v_R - \frac{ikB}{4\pi\rho}\delta B_\phi = 0 \quad (9)$$

$$-i\omega\delta B_R - ikB\delta v_R = 0 \quad (10)$$

$$-i\omega\delta B_\phi - ikB\delta v_\phi = 0 \quad (11)$$

burada $V_{gyro} = k_z^2 P / 4\omega_{ci}\rho$ gyroviskoz stresin zaman ölçeğinin tersidir.

Gyroviskoz kuvvet hareket denklemi içine Coriolis benzeri bir terim olarak girer. Dağılma bağıntısı şöyle bulunur:

$$\omega^4 - \omega^2 \left[2k^2 v_A^2 + 4\Omega^2 \left(1 - \frac{k^2 v_D^2}{\Omega^2} \right) \right] + k^4 v_A^4 = 0 \quad (12)$$

burada $v_A^2 = B^2 / 4\pi\rho$ Alfven hızı ve $v_D^2 = P\Omega / 2\omega_{ci}\rho$ sürüklenme (drift) hızıdır.

FLR stresi parçacığın bir gyro-yörüngesi boyunca sürüklenme hızındaki değişimlerden kaynaklanır. Bu stres parçacık yörüngesinin bozulmasına neden olur ve güdücü özek (guiding-center) sürüklenmesine neden olur. İyonlar ve elektronlar farklı Larmor yarıçapına sahip olduğundan FLR etkisinden ötürü farklı hareket ederler. Hareketteki bu farklılık yük ayrıklığına neden olur, bu da sonlu paralel elektrik alan üretir. FLR etkisi hız doğrultusundaki tedirginlikleri yayan bir sürüklenme dalgası üretir.

Eğer açısız hız vektörü ile manyetik alan vektörü aynı yönlü ise V_{gyro} terimi pozitif olur. (8)-(11) Denklemlerinden sürüklenme hareketinin Coriolis kuvvetine zıt olduğu görülmektedir. Böylece kararlılığa neden olan dinamik ilmik hareketi (epicycle motion) yavaşlar ve manyetik gerilme kuvveti etkin şekilde artar. Bu açısız momentum taşınımını artırır. Sonuç kararsızlıktır. Eğer açısız hız vektörü ve manyetik alan vektörü ters yönlüyse bu etkilerin işaretleri yer değiştirir.

3.1 Dönmenin olmadığı durum

$\Omega \rightarrow 0$ limitinde dağılma bağıntısı şöyle elde edilir:

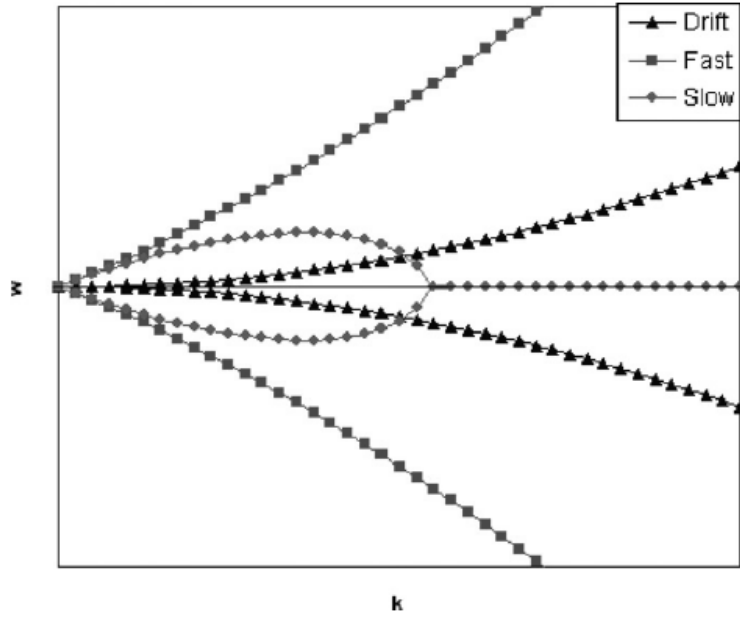
$$\omega^4 - \omega^2 \left[2k^2 v_A^2 + k^4 \left(\frac{Pmc}{eB\rho} \right)^2 \right] + k^4 v_A^4 = 0 \quad (13)$$

Bu denklemin iki kökü vardır:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left[2k^2 v_A^2 + k^4 \left(\frac{Pmc}{eB\rho} \right)^2 \right] \pm \frac{1}{2} \left[k^4 \left(\frac{Pmc}{eB\rho} \right)^2 \left(4k^2 v_A^2 + k^4 \left(\frac{Pmc}{eB\rho} \right)^2 \right) \right]^{1/2} \quad (14)$$

Büyük dalgasayıları için köklerden biri sürüklenme modunu verir. Küçük dalgasayıları için diğer kök gyroviskoz kuvvetin ürettiği küçük bir frekans yarılmaları gösteren Alfven dalgasıdır (bkz. Şekil 1):

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 \left(1 \pm \frac{Pmc / eB\rho}{kv_A} \right) \quad (15)$$



Şekil 1. Dönmenin yokluğunda dalgasayısı-frekans çizgesi. Düz siyah çizgi $\omega = 0$ eksenidir. İleri yönde giden dalga (forward wave) ve geri yönde giden dalga (backward wave) sırasıyla ω 'nın pozitif ve negatif değerlerine karşılık gelir.

3.2 Dönmenin olduğu durum

Tekdüze dönmenin varlığında bulunan (12) nolu dağılma bağıntısı frekanslar cinsinden yazılabilir:

$$\omega^2 \pm \omega \omega_l \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_l^2} \right) - \omega_A^2 = 0 \quad (16)$$

burada genel manyetik alan geometrileri ve dalgasayıları için sürüklenme frekansı $\omega_D^2 = Pmc(\mathbf{k} \cdot \mathbf{\Omega})^2 / 2e\rho(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{B})$, Alfven dalga frekansı $\omega_A^2 = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}) / 4\pi\rho$ ve eylemsiz (inertial) dalga frekansı $\omega_l = 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{\Omega}) / k$ dır. (16) denklemin çözümü şöyledir:

$$\omega = \pm \frac{1}{2} \omega_l \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_l^2} \right) \pm \frac{1}{2} \left[\omega_l^2 \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_l^2} \right)^2 + 4\omega_A^2 \right] \quad (17)$$

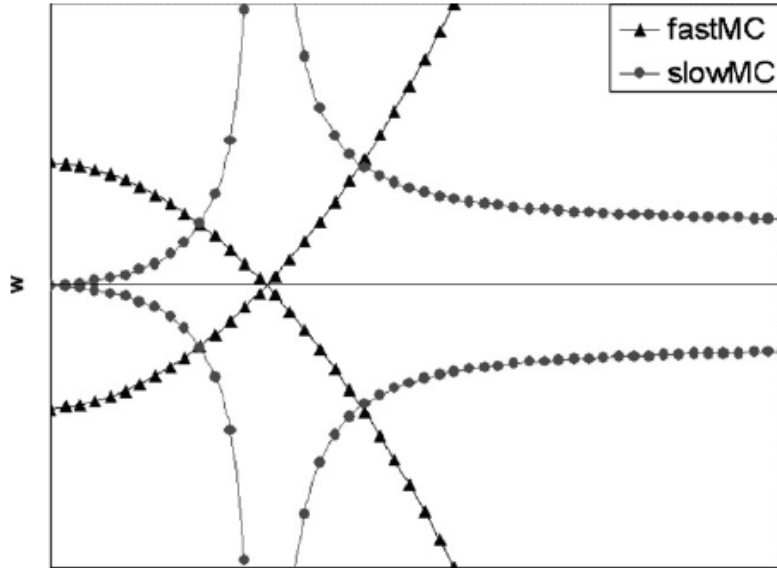
(17) denklemindeki köşeli parantez içindeki ilk terim ikinci terimden büyük olduğunu varsayarak bu denklemi Taylor serisine açarsak hızlı ve yavaş dalgaların frekanslarını buluruz:

$$\omega_{\pm} = \pm \omega_l \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_l^2} \right) \left(1 + \frac{\omega_A^2}{\omega_l^2 \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_l^2} \right)^2} \right) \quad (18)$$

$$\omega_{-} = \pm \frac{\omega_A^2}{\omega_I \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_I^2} \right)} \quad (19)$$

Bu dalgalar eylemsiz ve Alfven dalgasının birleşimidir ve manyetocoriolis (MC) dalgalar olarak adlandırılırlar. Manyetik alan ve dönme eksenini aynı yönlü olduğunda MC dalgası hız tedirginliğine göre bir dairesel uçaşmış bileşene sahiptir ve yönü saat yönünün tersidir. Bu yüzden Coriolis ve Lorentz kuvvetleri aynı evrelidir. Sonuç kuvvet, eylemsizlik ivmelenmesine neden olur. Bu mod hızlı (fast) MC dalgasıdır (ω_{+} modu). (18) ve (19) denklemlerinde eylemsizlik modu sürüklenme modu ile birlikte gelir. Bu yüzden hızlı MC dalgasına göre daha büyük frekansa sahiptir.

Yavaş (slow) MC dalgası (ω_{-} modu) da saat yönündeki dairesel uçaşmış bileşendir. Coriolis ve Lorentz kuvvetleri zıt evrelidir, sonuç kuvvet zayıftır. Bu yavaş MC olarak adlandırılır. Bazı kaynaklarda bu mod manyetostrofik (mangetostrophic) dalga veya hidromanyetik-eylemsiz dalga olarak adlandırılmıştır (bkz. Şekil 2). Bu dalgalar özellikle dinamo probleminde önemlidir (Moffatt 1978; Acheson & Hide 1973).

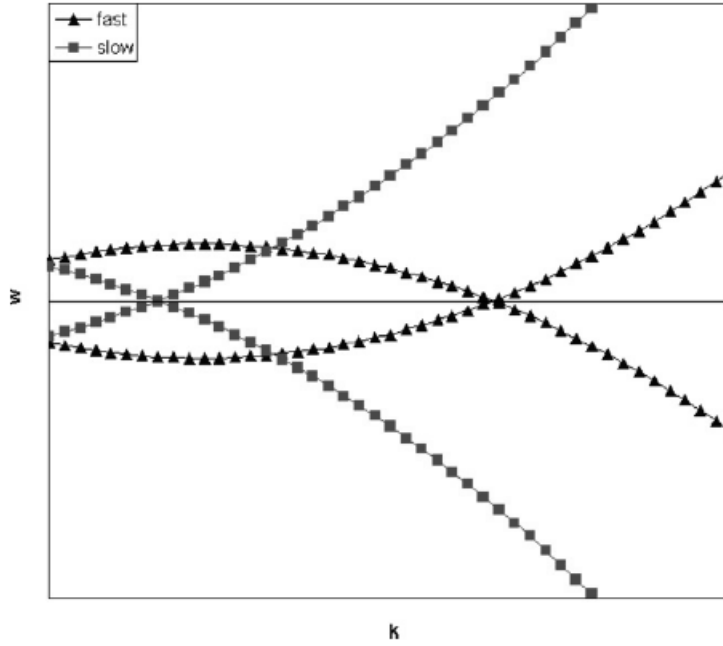


Şekil 2. Dönmenin varlığında dalgasayısı-frekans çizgesi. Düz siyah çizgi $\omega = 0$ eksenidir. İleri yönde giden dalga (forward wave) ve geri yönde giden dalga (backward wave) sırasıyla ω 'nın pozitif ve negatif değerlerine karşılık gelir.

(17) denklemindeki köşeli parantez içindeki ilk terimin ikinci terimden küçük olduğunu varsayarak bu denklemi Taylor serisine açarsak frekans yarılmaları gösteren değişmiş Alfven dalgasını buluruz:

$$\omega = \pm \omega_A \left(1 \pm \frac{\omega_I}{2\omega_A} \left(1 - \frac{4\omega_D^2}{\omega_I^2} \right) \right) \quad (20)$$

Bu dalgaların dalgasayısı-frekans çizgesi Şekil 3 te verilmiştir. Genelde açılmal hız ve manyetik alan vektörleri birbirine paralel değildir, ancak bu durumlar çok karmaşıktır. Bununla birlikte fiziksel resim aynı kalacaktır.



Şekil 3. Dönmenin varlığında dalgasayısı-frekans çizgesi. Düz siyah çizgi $\omega = 0$ eksenidir. İleri yönde giden dalga (forward wave) ve geri yönde giden dalga (backward wave) sırasıyla ω 'nın pozitif ve negatif değerlerine karşılık gelir.

4. Sonuç

Seyreltik plazmada son derece güçlü olarak karşımıza çıkan gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığının özgür erke kaynağı gyroviskoz kuvvetle eşleşen diferansiyel dönmedir. Bu kararsızlığın büyüme oranı $0.5\Omega - 3\Omega$ düzeylerindedir. Gyroviskoz manyetik dönme kararsızlığı sonucu ortaya çıkan dalga modlarının detaylı fiziksel yapısı incelenmiştir. Sonlu Larmor yarıçapı etkisi hız gradyenti boyunca ek bir sürüklenme dalgası üretir. Eğer açısal hız vektörü ile manyetik alan vektörü aynı yönlü ise V_{gyro} terimi pozitif olur. (8)-(11) Denklemlerinden sürüklenme hareketinin Coriolis kuvvetine zıt olduğu görülmektedir. Böylece kararlılığa neden olan dinamik ilmi hareketi (epicycle motion) yavaşlar ve manyetik gerilme kuvveti etkin şekilde artar. Bu açısal momentum taşınımını artırır. Sonuç kararsızlıktır.

Sürüklenme, Alfven ve manyetik-Coriolis dalgaların dalgasayısı-frekans diyagramları elde edilmiştir. Bu kararsızlık ile ilgili detaylı bilgi Devlen & Pekünlü (2010) ve Devlen (2011) makalelerinde bulunabilir.

5. Kaynaklar

- Acheson, D. J., & Hide, R. 1973, Rep. Prog. Phys., 36, 159
 Braginskii, S. I. 1965, in Reviews of Plasma Physics, Vol. 1, ed. M. A. Leontovich (New York: Consultants Bureau), 205
 Devlen, E., & Pekünlü, E. R. 2010, MNRAS, 404, 830
 Devlen, E. 2011, ApJ, 731, 104
 Moffatt, H. K. 1978, Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids (Cambridge: Cambridge Univ. Press)