

GALAKTİK DİSKTEKİ YAŞ-METAL BOLLUĞU VE YAŞ-HIZ DİSPERSİYONU İLİŞKİLERİ

**Şivan DURAN^{1,*}, Serap AK¹, Selçuk BİLİR¹, Salih KARAALI¹, Tansel AK¹,
Z. Funda BOSTANCI², Gerry GILMORE³, George M. SEABROKE⁴**

¹ İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 34119, Beyazıt, İstanbul

² Sabancı Üniversitesi, Mühendislik ve Doğal Bilimler Fakültesi, 34956, Orhanlı-Tuzla, İstanbul

³ Institute of Astronomy, Madingley Road, Cambridge, UK

⁴ Mullard Space Science Laboratory, University College London, Hombury St Mary, Dorking UK

Özet: Bu çalışmada Radyal Hız Deneyi (RADial Velocity Experiment; RAVE) üçüncü veri salımı (DR3) kataloğundan seçilen 4.984 F ve G tayf türü anakol yıldızı kullanılarak, Galaktik diske ait yaş-metal bolluğu ve yaş-hız dispersiyonu ilişkileri araştırılmıştır. Veriler tayf türü ve popülasyon türlerine göre alt sınıflara ayrılarak incelenmiştir. Örneğimizi oluşturan yıldızların yaşları RAVE DR3'te verilen atmosfer model parametrelerinin, Bayesian yaklaşım kullanılarak, PADOVA eş yaş eğrileriyle karşılaştırılmasından tayin edilmiştir. Tüm örnek içinde yaş-metal bolluğu ilişkisine rastlanmazken, sadece erken tayf türünden yıldızlarda böyle bir ilişki görülmüştür. Örnekteki F ve G tayf türündeki yıldızların hız dispersiyonları yaklaşık 4,5 milyar yıla kadar doğrusal artmakta ve daha büyük yaşlarda sabit olmaktadır. Bu bulgular, diskin evrimi için öngörülen kuramsal ısınma mekanizmalarıyla uyumludur.

1. Giriş

Yaş-metal bolluğu ve yaş-hız dispersiyonu ilişkileri Galaktik evrim hakkında önemli bilgiler sunar. Twarog (1980) ve Rocha-Pinto ve diğ. (2000) yaş-metal bolluğu arasında bir ilişki bulunduğunu söylerken, Edvardsson ve diğ. (1993), Feltzing ve diğ. (2001), Nordström ve diğ. (2004) durumun tahmin edildiğinden daha karmaşık olduğunu ortaya koymuşlardır. Edvardsson ve diğ. (1993), Güneş civarında bulunan 189 yıldızın hassas tayfsal analizlerini yaparak belirledikleri metal bolluklarıyla yaşları arasında bir saçılmanın olduğunu ve saçılmanın da yaştaki belirsizliklerden kaynaklandığını öne sürmüşlerdir. Feltzing ve diğ. (2001), 5.828 yıldız için etkin sıcaklığını bir fonksiyonu olarak bu ilişkilerin varlığını araştırmışlardır. Analizleri sonucunda $\log T_{\text{eff}} > 3,80$ aralığındaki örnek için yaş ile metal bolluğu ilişkisine rastlamışlardır. Örneklerindeki daha soğuk yıldızlar için bu ilişki belirgin değildir. Nordström ve diğ. (2004) yaş tayininde Bayesian yaklaşım kullanarak istatistiksel hataları en aza indirmişlerdir. Hipparcos uydu (ESA, 1997) verilerinden seçtikleri yaklaşık 14.000 F ve G tayf türünden yıldızın fotometrik verilerini analiz ederek etkin sıcaklık, metal bolluklarını, astrometrik ve tayfsal analizleriyle de kinematik verilerini elde etmişlerdir. Bu çalışmadaki verilerden hesaplanan yaş-metal bolluğu ve yaş-hız dispersiyonu ilişkileri Edvardsson ve diğ. (1993) sonuçlarıyla uyumlu olduğunu gösterilmiştir. Yaş-metal bolluğu arasındaki ilişkinin yaştaki belirsizliğe çok duyarlı olduğu literatürdeki son çalışmalarda da gösterilmiştir (Holmberg, Nordström, ve Andersen, 2009).

Güneş civarındaki yıldızların rastgele hareketleri zaman ile artar ve bu etki yaş-hız dispersiyonu ilişkisinin oluşmasına neden olur. Yaş-hız dispersiyonu ilişkisinin meydana gelmesinde disk ısınma mekanizmaları rol oynar. Disk ısınma mekanizmalarına; Galaktik diskin gaz katmanındaki dev moleküler bulutların kütle çekimsel etkileri (Spitzer ve Schwarzschild, 1951; 1953), diskteki sarmal kolların yoğunluk dalgaları (Barbanis ve Woltjer, 1967) ve süpernova patlamaları örnek olarak verilebilir. Ayrıca Galaktik diske çarpan uydu galaksiler de diskin ısınmasına katkıda bulunur (Quinn, Hernquist ve Fullagar,

* duransivan@gmail.com

1993). Hänninen ve Flynn (2002) yaşa bağlı olarak disk ısınma mekanizmasını $\sigma \propto t^\alpha$ şeklinde bir güç kanunuyla ifade etmiştir. Burada σ hız dispersiyonu, t zamanı göstermekte olup, α değeri de 0,3-0,6 aralığında değişen bir parametredir. Seabroke ve Gilmore (2007) disk ısınma mekanizmalarının yaklaşık 4,5 milyar yıla kadar etkin olduğunu, daha büyük yaşlarda hız dispersiyonlarında bir değişimin bulunmadığını göstermiştir.

Bu çalışmada, RAVE DR3 (Siebert ve diğ., 2011) örneğinden seçilen F ve G tayf türündeki anakol yıldızlarının yaş-metal bolluğu ve yaş-hız dispersiyonu ilişkileri, tüm örnek ve alt sınıflara ayrılmış örnekler için detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu analizler sonucunda elde edilen bulgular Galaksinin kimyasal evrimi hakkında önemli bilgiler sunacaktır.

2. Veri

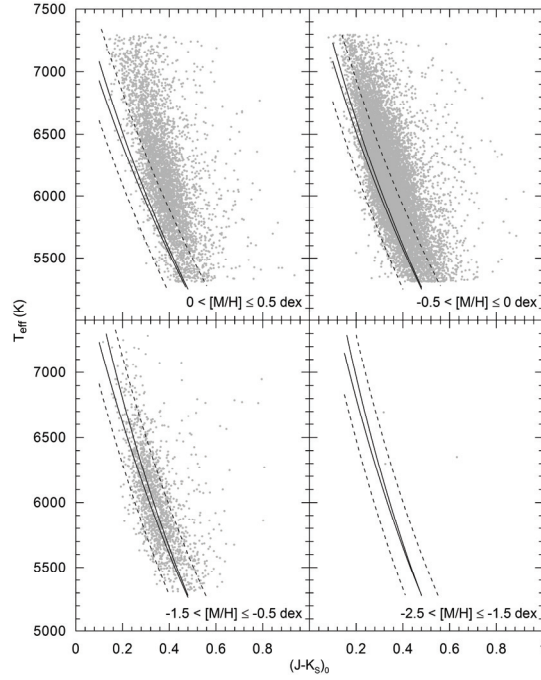
RAVE DR3 82.850 yıldızdan oluşmaktadır. 41.672 yıldızın radyal hız, atmosfer model parametreleri 8410-8795 Å dalgaboyu aralığında alınan tayflardan belirlenmiştir (Siebert ve diğ. 2011). Katalogdaki yıldızların radyal hızları, Tonry ve Davis'in (1979) çapraz eşleme yöntemiyle hesaplanmıştır. Radyal hızlardaki hataların medyan değeri 1,2 km/s'dir. Etkin sıcaklık (T_{eff}), yüzey çekim ivmesi ($\log g$) ve metal bolluğu ($[M/H]$) parametreleri Kurucz atmosfer modelleri kullanılarak tayin edilmiştir ve bu parametrelerdeki belirsizlikler sırasıyla, 200 K, 0,3 dex ve 0,2 dex olarak verilmiştir (Siebert ve diğ. 2011).

Örnekteki F ve G tayf türündeki yıldızların seçiminde $5310 \leq T_{\text{eff}} \leq 7300$ K (Cox, 2000), $\log g > 3,8 \text{ cm/s}^2$ (Bilir ve diğ., 2011) aralıkları dikkate alınmıştır. Bu ölçütler çerçevesinde 12.262 F, 5.993 G tayf türünden olmak üzere, toplam 18.255 yıldız belirlenmiştir. Örnek içinde atmosfer model parametreleri duyarlı olan yıldızları belirlemek için González Hernández ve Bonifacio (2009) tarafından anakol yıldızları için verilen renk-sıcaklık kalibrasyonlar kullanılmıştır:

$$\theta_{\text{eff}} = 0,6524 + 0,5813(J-K_s) + 0,1225(J-K_s)^2 - 0,0646(J-K_s)[Fe/H] + 0,037[Fe/H] + 0,0016[Fe/H]^2. \quad (1)$$

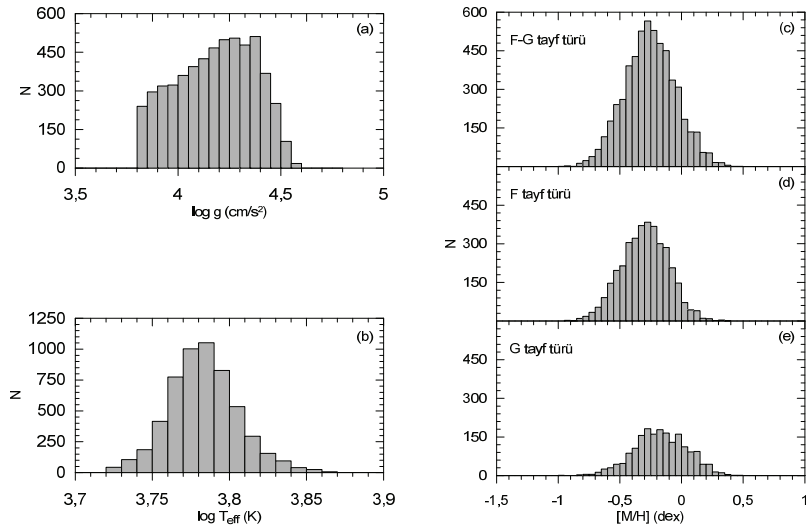
Burada $\theta_{\text{eff}} = 5040/T_{\text{eff}}$ göstermekte olup eşitlik $[-3,5, 0,5]$ metal bolluğu ve $[0,1, 0,8]$ ($J-K_s$) renk aralıklarında geçerlidir. 18.955 yıldızın $(-2,5, -1,5]$, $(-1,5, -0,5]$, $(-0,5, 0]$, $(0, 0,5]$ metal bolluğu aralıkları için verilmiş renk-sıcaklık ilişkilerini Şekil 1'de göstermiştir. Şekildeki katı çizgiler panellerde belirtilen metal bolluğu değerleri için çizilmiş limit renk-sıcaklık ilişkilerini, kesikli çizgiler ise RAVE'nin verdiği 2σ güvenilirlik limitlerindeki sıcaklıklara karşılık gelen renkleri göstermektedir. Çalışmada kesikli çizgilerin dışındaki yıldızlar istatistik dışı bırakılmıştır. Böylelikle çalışmaya katılan yıldız sayısı 8.812'tir.

Örneğimizdeki yıldızlar metal bolluklarına göre Hertzsprung-Russell diyagramları üzerinde Marigo ve diğ. (2008) tarafından verilen Padova eş yaş eğrileriyle beraber kalibre edilmiştir. Bu diyagramlar üzerinden yıldızların yaşlarını tayin edilebilmesi için alt örnekteki yıldızların sıfır yaş anakolu (ZAMS) ile 13,2 milyar yıl eğrileri arasında bulunması gerekmektedir. Bu ölçütlere uymayan yıldızlar istatistik dışı bırakılmış ve son örnek 5.558 olmuştur. Bu yıldızlardan 3.644'ü F ve geriye kalan 1.914'ü de G tayf türünden anakol yıldızdır. Son örnekteki yıldızların atmosfer model parametrelerine ait frekans dağılımları Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil-1 Farklı metal bolluğu aralıklarındaki 18.255 yıldızın renk-sıcaklık ilişkileri. Katı çizgiler ilgili metal bolluğu aralığında González Hernández ve Bonifacio'nun (2009) kuramsal fitlerini, kesikli çizgiler ise bu fitlere denk gelen 2σ güvenilirlik limitlerini göstermektedir.

Örnek içindeki yıldızların kinematik ölçütlerine göre popülasyon türlerini belirlemek için toplam uzay hız hatalarına sınırlama getirilmelidir. Yıldızların toplam uzay hız dağılımlarından geçirilen Gauss eğrisinin 3σ değerinin ötesindeki yıldızlar istatistik dışı bırakılarak, son örnek 4.984 yıldız olarak belirlenmiştir. Bu yıldızların 3.344'ü F ve 1.640'ı G tayf türündendir.



Şekil-2 Son örnekteki yıldızların sıcaklık frekans dağılımı (a), yüzey çekim ivmesi frekans dağılımı (b), tüm yıldızlara (c) ve F ve G tayf türüne ait (d-e) metal bolluğu frekans dağılımı.

3. Yöntem

3.1. Uzaklık Tayini

Örneğimizdeki yıldızların uzaklıklar hesaplanırken Bilir ve diğ. (2008) tarafından verilen, $0 < M_J < 6$ mutlak parlaklık aralığında geçerli, renk-mutlak kadir kalibrasyonu kullanılmıştır. Bu eşitlik yıldızlararası ortamın sönmekleştirmesinden az etkilenen 2MASS fotometrik verilerinden elde edilmiştir.

3.2. Uzay Hızı Hesabı

Örnekteki yıldızların uzay hızları hesaplanırken Johnson ve Soderblom (1987) çalışmasında verilen algoritma temel alınmıştır. RAVE DR3 kataloğunda verilen ekvatorial koordinat, öz hareket, radyal hız verileri ve bu çalışmada hesaplanan uzaklıklar kullanılarak U, V ve W uzay hız bileşenleri hesaplanmıştır. U, V ve W hız bileşenleri sırasıyla, Galaksi merkezi, Galaktik dönme ve Kuzey Galaktik Kutup (KGK) doğrultularında ölçülür. Çalışmada, yıldızların U ve V hız bileşenlerine ait diferansiyel dönme etkisi dikkate alınmıştır edilmiştir.

3.3. Yıldız Popülasyonlarının Ayrımı

Güneş civarındaki yıldızların popülasyon ayrımı yapılırken Bensby ve diğ. (2003) tarafından verilen kinematik yöntem kullanılmıştır. Yerel durağanlık standardı (LSR) düzeltmesi uygulanmış uzay hız bileşenlerinin Gaussian dağılım gösterdikleri varsayılır:

$$P_i(U, V, W) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \times \sigma_{i,U} \times \sigma_{i,V} \times \sigma_{i,W}} \times \exp\left(-\frac{U_{LSR}^2}{2\sigma_{i,U}^2} - \frac{(V_{LSR} - v_{i,a})^2}{2\sigma_{i,V}^2} - \frac{W_{LSR}^2}{2\sigma_{i,W}^2}\right). \quad (1)$$

Burada, σ_U , σ_V , σ_W ince disk ($i = D$) için, sırası ile, 35, 20 ve 16 km/s; kalın disk için ($i = TD$) 67, 38, 35 km/s ve halo ($i = H$) için 160, 90, 90 km/s değerlerini alır (Bensby ve diğ., 2003). v_a asimetrik sürüklenmedir ve ince disk, kalın disk ve halo popülasyonları için sırasıyla -15, -46 ve -220 km/s'dir. Bu çalışmada LSR değeri için $(U, V, W)_{LSR} = (8,50, 13,38, 6,49)$ km/s değerleri kullanılmıştır (Coşkunoğlu ve diğ., 2011).

Denklem 1 ile hesaplanan olasılık değerleri, her bir popülasyonun Güneş civarında bulunma olasılığı ile çarpılır. Bu değerler ince disk, kalın disk ve halo için sırasıyla, $X_D = 0,9385$, $X_{TD} = 0,06$ ve $X_H = 0,0015$ 'dir (Robin ve diğ., 1996; Buser ve diğ., 1999). Kalın diskin ince disk ve haloya göre göreceli olasılıkları aşağıdaki denklemlerin yardımıyla hesaplanır:

$$\frac{TD}{D} = \frac{X_{TD}}{X_D} \times \frac{P_{TD}}{P_D}, \quad \frac{TD}{H} = \frac{X_{TD}}{X_H} \times \frac{P_{TD}}{P_H} \quad (2)$$

Burada, $TD/D \leq 0.1$ yüksek olasılıklı ince disk, $0.1 < TD/D \leq 1$ düşük olasılıklı ince disk, $1 < TD/D \leq 10$ düşük olasılıklı kalın disk ve $TD/D > 10$ yüksek olasılıklı kalın disk veya halo yıldızlarını göstermektedir (Bensby ve diğ., 2003).

3.4. Yıldız Yaşlarının Tayini

Yıldız yaşları hesaplanırken Bayesian yaklaşımı temel alan Jørgensen ve Lindegren (2005) yöntemi kullanılmıştır. Yıldızların atmosfer model parametreleri Padova eş yaş eğrileri (Marigo ve diğ., 2008) boyunca karşılaştırılarak aşağıdaki L fonksiyonu hesaplanır:

$$L(\tau, \zeta, m) = \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma_i} \right) \times \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right), \quad (3)$$

Burada τ (yaş), ζ (metal bolluğu) ve m (kütle) parametreleri ve

$$\chi^2 = \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_{i, \text{gözlemsel}} - q_{i, \text{model}}(\tau, \zeta, m)}{\sigma_{i, \text{gözlemsel}}} \right)^2 \text{ 'dir.} \quad (4)$$

χ^2 fonksiyonundaki q yıldızlara ve modellere ait atmosfer model parametrelerini (T_{eff} , $\log g$, $[M/H]$) değerlerini gösterirken, σ da gözlemsel verilerin hatalarını ifade etmektedir. Tayin edilen L fonksiyonu yıldızlara ait başlangıç koşullarıyla (f_0) çarpıldığında, yıldızlara ait son koşullar hesaplanır (f).

$$f(\tau, \zeta, m) \propto f_0(\tau, \zeta, m) \times L(\tau, \zeta, m). \quad (5)$$

Burada $f_0(\tau, \zeta, m) = \psi(\tau)\phi(\zeta)\xi(m)$ ifadesiyle verilir. $\psi(\tau)$ yıldız oluşum oranını, $\phi(\zeta)$ metal bolluğu dağılımını ve $\xi(m)$ başlangıç kütle fonksiyonunu gösterir, $\xi(m)$ hesaplanırken Kroupa ve diğ. (1992) eşitlikleri dikkate alınmıştır. $\psi(\tau)$ ve $\phi(\zeta)$ fonksiyonları Galaksi için düzgün kabul edildiğinden $f_0(\tau, \zeta, m)$ fonksiyonu $\xi(m)$ başlangıç kütle fonksiyonuna bağlıdır (Jørgensen ve Lindegren, 2005). Modeldeki her bir yaşa ait olasılık değerini $G(\tau)$ ile gösterilirse aşağıdaki ifadeyi elde edilir:

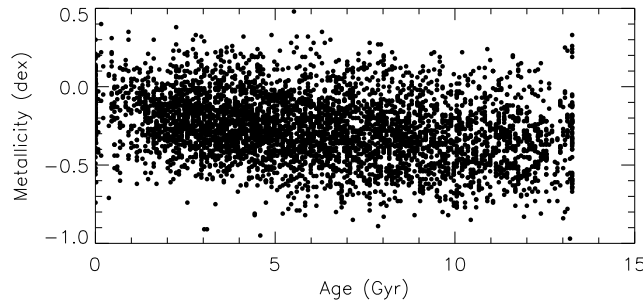
$$G(\tau) \propto \iint L(\tau, \zeta, m) \xi(m) dm d\zeta. \quad (6)$$

Denklem 6 eş yaş eğrileri boyunca çözüldüğünde her bir yaşa ait G fonksiyonu Denklem 7'deki gibi bulunur ve G 'yi maksimum yapan yaş, yıldız yaşı olarak hesaplanır.

$$G(\tau_j) \propto \sum_k \sum_l L(\tau_j, \zeta_k, m_{jkl}) \xi(m_{jkl}) (m_{jkl+1} - m_{jkl-1}). \quad (7)$$

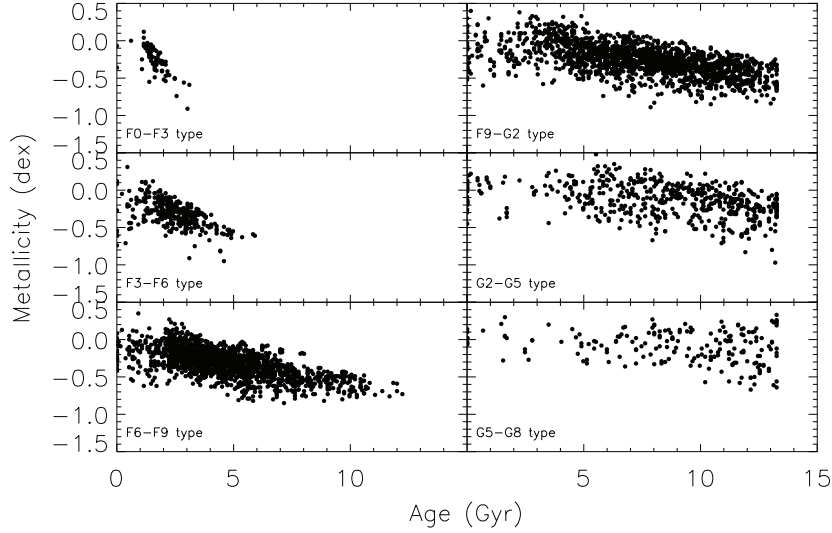
4. Yaş-Metal Bolluğu ve Yaş-Hız Dispersiyonu İlişkileri

Örnekteki 4.984 F ve G anakol yıldız için yaş-metal bolluğu ilişkisi Şekil 3'te gösterilmiştir. Çalışmada tüm örnek için belli bir yaş-metal bolluğu ilişkisi bulunamamıştır. Yaş-metal bolluğu ilişkisinin tayf türüne bağlı olup olmadığını araştırmak için yıldızlar F0-F3, F3-F6, F6-F9, F9-G2, G2-G5, G5-G8 alt tayf türü gruplarına ayrılmış olup, sonuçlar Şekil 4'te verilmiştir. Farklı popülasyon türünden yıldızların yaş-metal bolluğundaki değişimler Şekil 5'te gösterilmiştir.



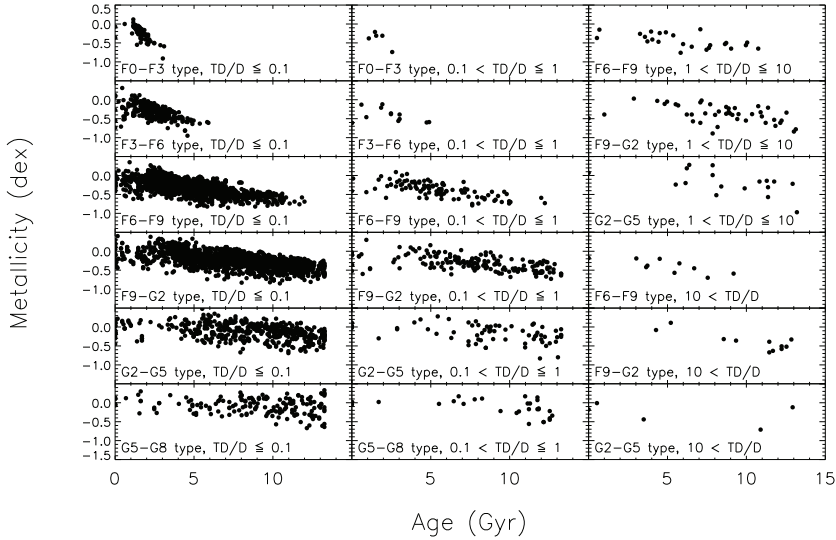
Şekil-3 4.984 RAVE F ve G anakol yıldızının yaş-metal bolluğu dağılımı.

Şekil 4'te de görüldüğü gibi örnekteki en sıcak iki alt tayf türü aralığında açık bir ilişki görülürken, yaş-metal bolluğu ilişkisi F6-F9 tayf türünden sonra kaybolmaktadır. Elde edilen sonuçlar literatürle uyumludur (Feltzing ve diğ., 2001; Nordström ve diğ., 2004). Popülasyon ayrımı yapılan yıldızların yaş-metal bolluğu ilişkileri de Şekil 5'te gösterilmiş olup, bu ayrım yapıldığında da Şekil 4'tekine benzer sonuçlar bulunmuştur. Galaksinin



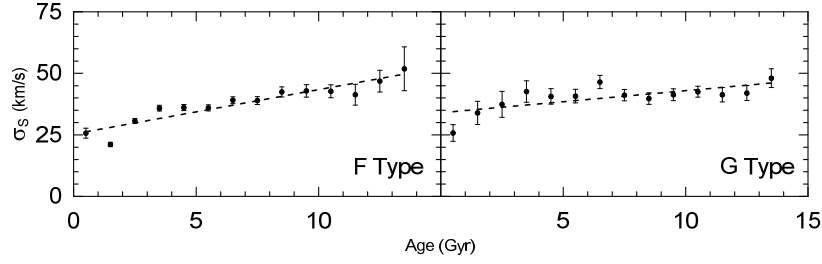
Şekil-4 Farklı tayf türü aralığındaki yıldızların yaş-metal bolluğu ilişkileri

erken evrelerindeki disk evriminin karmaşıklığı yaş-metal bolluğu ilişkilerinin açıklanmasını zorlaştırmaktadır. Bu dönemlerde oluşan çok büyük kütleli yıldızların kısa yaşam süreleri nedeniyle yıldızlararası ortamı hızla zenginleşmesine, dolayısıyla metalce zengin-yaşlı yıldızların oluşmasına ortam sağlamış olabilir.



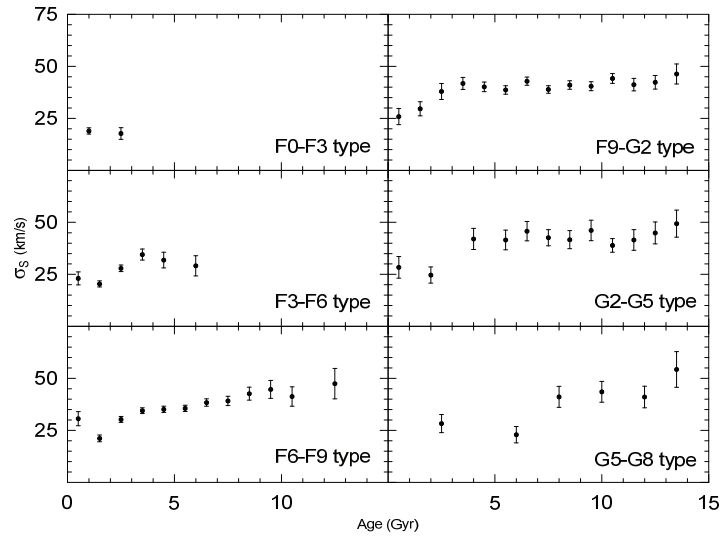
Şekil-5 Tayf türü ve popülasyon ayrımı yapılmış örneğin yaş-metal bolluğu dağılımları.

Yaş-hız dispersiyonu ilişkisi araştırılırken öncelikle F ve G tayf türünden yıldızlar ayrı ayrı incelenmiştir. Ayrıca yaş-hız dispersiyonu ilişkileri analiz edilirken, alt tayf türü aralıkları da dikkate alınmıştır. Ancak örneğin büyük bir kısmı yüksek olasılıklı ince diskten oluştuğu için (Şekil 5) yıldızlar popülasyon türlerine göre ayrılarak incelenememiştir. Şekil 6'da gösterildiği gibi F tayf türünden yıldızların toplam hız dispersiyonlarındaki artış G tayf türünden yıldızlara göre daha büyüktür.



Şekil-6 F ve G tayf türünden yıldızların yaş-toplam hız dispersiyonu ilişkisi.

F ve G tayf türünden yıldızların hız dispersiyonları, belirsizlikler dâhilinde yaklaşık 4,5 milyar yıldan sonra değişim göstermemektedir. Yıldızlar bu yaştan sonra disk düzlemine göre nispeten daha yüksek yörüngelerde dolandıkları için disk ısınma mekanizmalarının etkilerinden uzaklaşmaya başlarlar. Böylelikle uzay hızları, bu yaştan sonra çok az bir değişim göstermektedir. Şekil 7'de de görüleceği gibi, bu eğilim alt tayf türü sınıflarına ayrılan yıldızlarda da gözlenmektedir. Anakolda kalma süreleri kısa olan en sıcak iki alt tayf türü aralığı dışında kalan diğer yıldızlar yukarıdakine benzer bir eğilim göstermektedir



Şekil-7 Farklı tayf türü aralığındaki yıldızların yaş-toplam hız dispersiyonu ilişkileri.

5. Tartışma ve Sonuç

RAVE gökyüzü taramasının üçüncü veri salımındaki F ve G tayf türünden anakol yıldızları kullanılarak Galaktik diskte yaş-metal bolluğu ve yaş-hız dispersiyonu ilişkileri araştırılmıştır. Yıldızların uzaklıkları, popülasyon türleri, uzay hızları ve yaşları tayin edilmiştir. Alt tayf ve popülasyon türlerine ayrılan örnekte yaş-metal bolluğu için en beirgin ilişkiyi en sıcak iki tayf türü aralığı göstermişken, daha soğuk tayf türünden yıldızlarda bu iliki kaybolmaya başlamıştır. Bunun temel nedeni, liteatürde bahsedildiği gibi yaşlardaki hatalar ya da Galaktik diskin erken evrelerindeki oluşumunun ve evriminin karmaşıklığından kaynaklanıyor olabilir (Feltzing ve diğ., 2001; Nordström, ve diğ., 2004). Bu çalışmanın en çarpıcı özelliği ise medyan uzaklığı yaklaşık 275 pc olan RAVE verilerinden yapılmasıdır. Güneş civarında daha önce yapılan çalışmalar yaklaşık 72 pc medyan uzaklıktaki yıldızları içeren HIPPARCOS verilerini kullanmıştır (Feltzing ve diğ., 2001; Nordström ve diğ., 2004). RAVE verileri Hipparcos'tan yaklaşık 55 kat daha büyük bir hacimden bilgi vermektedir.

Yaş-metal bolluğu ilişkileri, Strömgen fotometrik verilerini kullanan Feltzing ve diğ. (2001), Nordström ve diğ. (2004), Casagrande ve diğ. (2011) sonuçlarıyla uyumludur. Çalışmada elde edilen yaş-hız dispersiyonu ilişkileri Hänninen ve Flynn (2002) ile Seabroke ve Gilmore (2007) tarafından önerilen disk ısınma modellerini desteklemektedir.

Teşekkür: Çalışma TÜBİTAK 210T162 numaralı hızlı destek ve İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Yürütücü Sekreterliğinin 14474 numaralı projeleriyle desteklenmiştir. Tolga DİNÇER ve Alberto LOMBARDO'ya yardımları için teşekkürler.

6. Kaynaklar

- Barbanis, B., Woltjer, L., 1967, ApJ, 150, 461
 Bensby, T., Feltzing, S., Lundström, I., 2003, A&A, 410, 527
 Bilir, S., Karaali, S., Ak S., Yaz E., Cabrera-Lavers, A., Coşkunoğlu, K. B., 2008, MNRAS, 390, 1569
 Bilir, S., Karaali, S., Ak S., Önal Ö., Coşkunoğlu, B., Seabroke, G. M., 2011, MNRAS, 418, 444
 Buser, R., Rong, J., Karaali, S., 1999, A&A, 348, 98
 Coşkunoğlu, B., ve diğ., 2011, MNRAS, 412, 1237
 Cox, A.N., 2000, AIP Press, New York, 0387987460
 ESA, 1997, The Hipparcos and Tycho Catalogues, ESA SP-1200. ESA, Noordwijk
 Feltzing, S., Holmberg, J., Hurley, J. R., 2001, A&A, 377, 911
 González Hernández, J. I., Bonifacio, P., 2009, A&A, 497, 497
 Hänninen, J., Flynn, C., 2002, MNRAS, 337, 731
 Holmberg, J., Nordström, B., Andersen, J., 2009, A&A, 501, 941
 Johnson, D. R. H., Soderblom, D. R., 1987, AJ, 93, 864
 Jørgensen, B. R., Lindegren, L., 2005, A&A, 436, 127
 Kroupa, P., Tout, C.A., Gilmore, G., 1993, MNRAS, 262, 545
 Marigo, P., Girardi, L., Bressan, A., Groenewegen, M. A. T., Silva, L., Granato, G. L., 2008, A&A, 482, 883
 Nordström, B. ve diğ., 2004, A&A, 418, 989
 Quinn, P. J., Hernquist, L., Fullagar, D. P., 1993, ApJ, 403, 74
 Robin, A. C., Haywood, M., Créze, M., Ojha, D.K., Bienaymé, O., 1996, A&A, 305, 125
 Rocha-Pinto, H. J., Maciel, W. J., Scalo, J., Flynn, C., 2000, A&A, 423, 535
 Seabroke, G. M. ve Gilmore, G., 2007, MNRAS, 380, 1348
 Siebert, A. ve diğ., 2011, ApJ, 141, 187
 Spitzer, L. Jr., Schwarzschild, M., 1951, ApJ, 114, 385
 Spitzer, L. Jr., Schwarzschild, M., 1953, ApJ, 118, 106
 Tonry, J., Davis, M., 1979, AJ, 84, 1511
 Twarog, B. A., 1980, ApJ, 242, 242