



Ötegezegen Geçiş Işık Eğrilerinin WinFitter ile Analizi

Ahmet Erdem^{1,2*}, Edwin Budding^{1,3}, Michael D. Rhodes⁴, Çağlar Püsküllü^{1,2}, Faruk Soyduğan^{1,2},
Esin Soyduğan^{1,2}, Mehmet Tüysüz^{1,2}, Osman Demircan^{1,2}

¹Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Astrofizik Araştırma Merkezi ve Ulupınar Gözlemevi, Çanakkale, Türkiye

²Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Çanakkale, Türkiye

³Carter Observatory, Wellington, New Zealand

⁴Brigham Young University, Provo, UT, USA

Özet: Bu bildiriye yıldız-gezegen sistemlerinin uydu-tabanlı ışık eğrilerinin ve yer-tabanlı geçiş ışık eğrilerinin çözümleri için, WinFitter yazılımının geliştirilmesi ve uygulamaları üzerine yapılan çalışmanın sonuçları sunulmaktadır. WinFitter, modifiye edilmiş Marquardt-Levenberg yöntemini kullanarak, gözlemsel ışık eğrisine teorik bir fonksiyonun fit edilmesini sağlar. Kullanılan fit fonksiyonu, görelince yakın ve çekimsel olarak birbirine bağlı iki cismin gel-git ve dönme tedirginlikleri altında bozulmuş biçim (elipsoit biçim) ve yansıma etkilerini gözönüne alan ve Kopal (1959) tarafından geliştirilen Radau modeline dayanır. Seçilen bir yıldız-gezegen sisteminin ışık eğrisini çözmek için küresel model ışık eğrisine bozucu etkiler olarak, bileşenlerin elipsoit biçim ve yansıma etkileri ile birlikte Doppler (beaming) etkisi, WinFitter yazılımında dikkate alındı. Kepler-1 yıldız-gezegen sisteminin NASA Ötegezegen Arşivi'nden alınan 14 ışık eğrisi, WinFitter yazılımı kullanılarak çözüldü. Kepler-1b ötegezegeni için fotometrik yolla hesaplanan kütle ve yarıçap değerleri (sırasıyla, $1.18 \pm 0.05 M_{\text{jup}}$ ve $1.21 \pm 0.05 R_{\text{jup}}$), literatürde duyarlı tayfsal yolla hesaplanan değerlere çok yakın çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: optimizasyon, ötegezegenler, ışık eğrisi analizi

Abstract: We report on continued applications and development of the light curve analysis package WinFitter, especially for light curves of star-exoplanet systems taken from the NASA Exoplanet Archive (NEA) and also exoplanet transit light curves obtained from Earth-based observations. WinFitter performs optimization by a modified Marquardt-Levenberg application of a fitting function to a photometric data set (light curve). The fitting function is based on the Radau model developed from Kopal's (1959) approach to the tidal and rotational distortions (ellipticity), together with the radiative interactions (reflection), of massive and relatively close gravitating bodies. In order to solve observational light curve of a star-planet system, the full perturbation of the light from the idealized spherical model could be regarded as made up of the combined effects of ellipticity, reflection and Doppler beaming in the latest version of WinFitter. Then, we have applied the last version of WinFitter to intensive studies of Kepler-1 using all the available photometry from NEA. Our photometrically derived values for the mass and radius of Kepler-1b ($1.18 \pm 0.05 M_{\text{jup}}$ and $1.21 \pm 0.05 R_{\text{jup}}$, respectively) are closer to the published spectroscopic values.

Key Words: optimisation, exoplanets, light curve analysis

1. Giriş

Ötegezegen keşfetmenin ve/ya ötegezegenlerin üzerine araştırma yapmanın bir yolu/yöntemi, ışıkölçümüdür. Bu yöntemde tek ya da çift (çoklu) yıldızların ışık eğrileri gözlenir. Ötegezegen, bağlı olduğu yıldızın önünden geçerken yıldız örten ve ışık eğrisinde yıldızın ve gezegenin geometrik, fiziksel ve yörünge özelliklerine bağlı bir azalma meydana gelir. Bu yöntemle keşfedilen gezegenlere "örten ötegezegen (transit exoplanet)" adı verilir. Aslında yıldız-gezegen bir çift sistemdir ve yıldız-gezegen tutulma olayı, örten çift yıldız sistemlerinkine çok benzerdir. Bu yüzden ötegezegenlerin ışık eğrileri analizinde çift yıldızların ışık eğrileri analiz yöntemleri kullanılabilir. Çift yıldızların ışık eğrilerinde yakınlık etkileri baskınken; ötegezegenlerin ışık eğrilerinde yıldız diskinin kenar kararması, yıldız leke etkisi, basıklık etkisi, yansıma etkisi ve Doppler (beaming) etkisi ön plana çıkar. Bu çalışmada çift yıldız ışıkölçümü üzerine kazanılan deneyim ve bilgi, yıldız-gezegen ışıkölçümü konusuna aktarılmaya çalışılmıştır. Yıldız-gezegen ışıkölçümü, yeni, geniş ve çok hassas bir konudur, ancak; çift yıldızların ışık eğrileri ile yıldız-gezegen sistemlerinin ışık eğrileri, analitik prensipler çerçevesinde birbirine çok benzeyen problemleri içermektedir. Bu amaçla, çift yıldızların ışık eğrisi analizinde kullanılan ILOT programı (Budding ve Zeilik 1987), yıldız-gezegen ışık eğrisi analizinde kullanılmak üzere, **WinFitter** adı altında, GUI tabanlı bir programa dönüştürülmüştür. WinFitter, ötegezegen veri arşivlerinden (özellikle NASA Exoplanet Archive, NEA) seçilen yüksek duyarlı/çok hassas ışık eğrilerine ve gözlem kriterlerine göre seçilen ötegezegenlerin TÜBİTAK Ulusal Gözlemevi (TUG) ile Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Gözlemevi (ÇOMÜG)'de elde edilen geçiş ışık eğrisine uygulandı (bkz. örneğin Budding ve ark. 2016a, 2016b, Püsküllü ve ark. 2017). Kepler, diğer yıldızların çevresinde dolanan yer-benzeri gezegenlerin keşfedilmesi amacıyla, 2006'da fırlatılan uydu gözlemevi olup, ışık eğrilerinde gezegen geçişi gösteren yıldızları belirlemek amacıyla seçilen gökyüzü bölgelerini sürekli taramaktadır. Bu uydu gözlemeviden elde edilen ışık eğrileri, çok sayıda araştırmacı tarafından yoğun bir şekilde incelenmektedir. Seçilen Kepler ötegezegen geçiş ışık eğrilerinin WinFitter çözümünden elde edilen parametreler, literatürde verilen parametrelerle karşılaştırıldı ve çözüm modelleri arasındaki farkların nedenleri tartışıldı (bkz. örneğin, Budding ve ark. 2016a, 2016b). Farklı analitik yaklaşımların kullanılması, ötegezegen probleminde, ayrıntıların birleştirilmesinde yapıcı bir rol oynayabilir. Proje çalışmasında, WinFitter yazılımı ile, özellikle, kenar-kararması ve yakınlık

*Sorumlu Yazar E-Posta: aerdem@comu.edu.tr

etkileri (küresel biçimden sapma/basıklık ve yansıma etkileri) üzerinde duruldu. Örneğin NExSCI (NASAS Exoplanet Science Institute) çözümlerinde kullanılan kenar-kararma katsayıları, güneş kimyasal kompozisyonu varsayılarak hesaplanmıştır. Bu yaklaşımın farklı kimyasal kompozisyon olasılıklarına göre test edilmesi/denetlenmesi gerekmektedir. Öte yandan kullanılan çekim-kararması modeli de birçok belirsizlik içermektedir. Bu etkiyi gösteren özel örnekler, birçok yazar tarafından (örneğin Barnes 2011) tartışılmış ancak bu model-bağımlı etkiyi denetleyen çalışmalar ortaya konmamıştır. Ayrıca, WinFitter programı ile, ancak çok duyarlı ışık eğrileri ile test edilebilen Doppler etkisi ele alındı.

2. WinFitter (Işık Eğrisi Analizi Yazılımı)

WinFitter yazılımı, ki-kare (χ^2) algoritmasını (bkz. Budding ve Najim 1980, Budding ve Zeilik 1987) içerir. Algoritmada en iyi fit edilen model, en küçük ki-kare değerine karşılık gelen model olarak alınır. Burada ki-kare (χ^2),

$$\chi^2 = \sum \frac{(l_{o,i} - l_{c,i})^2}{\Delta l_i^2} \quad (1)$$

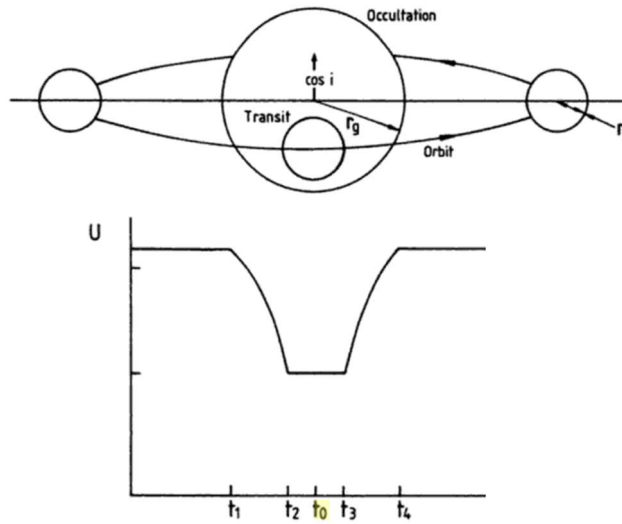
olarak tanımlanır (Bevington 1969). Burada, $l_{o,i}$ ve $l_{c,i}$, herhangi bir evrede gözlenen ve hesaplanan ışık akı değerleridir; Δl_i gözlemsel $l_{o,i}$ 'nin hata değeridir. WinFitter yazılımında, en küçük ki-kare değerini bulmak için yapılan iterasyonlarda, serbest bırakılan parametrelerde eşzamanlı iyileştirmeyi bulmak için Marquardt-Levenberg yöntemi kullanıldı. Bu yöntemle ki-kare çözüm uzayında optimal sonuç için Hessian hata matrisleri hesaplanır. En iyi çözüm için χ^2/ν değeri kullanılır ve 1'e yakın olması beklenir (ki burada ν , iterasyonda serbest bırakılan parametre sayısıdır).

WinFitter, Kopal (1959)'un klasik yaklaşımını takip ederek, çekimsel olarak birbirine bağlı iki nesnenin (bir çift yıldız sistemi ya da bir yıldız-gezegen sistemi) ışık eğrisini modeller. İlk adımda, eşpotansiyel yüzey tanımları kullanılarak, dönme (rotation) ve gel-git (tidal) tedirginlikleri altında bozunmuş cismin biçimi ele alınır. Eşpotansiyel yüzeyleri tanımlamak için küresel harmonik seriler kullanılır. Küresel harmonik serilerde terimlerin katsayılarını hesaplamak için Clairaut teoremi (bkz. Pressley 2001) izlenir. Öte yandan dönme ve gel-git altında bozunmuş biçim hesabında Kopal (1959) tarafından Radau denklemi adı verilen 1. mertebeden diferansiyel denklemin nümerik açılımı kullanılır.

WinFitter yazılımında, gözlemsel ışık eğrisi fit edilirken, alınan temel yaklaşım, aşağıda verilmiştir:

$$\text{Gözlemsel ışık eğrisi} \equiv \text{"küresel model ışık eğrisi"} + \text{"bozucu etkiler"} \quad (2)$$

Konuya basit yaklaşımla girmek için; oluşturdukları ortak kütle merkezi etrafında dairesel yörüngelerde hareket eden küresel yapıda iki cisim (örneğin yıldız + gezegeni) ele alalım. Sistemin basit geometrisi, Şekil 1'de gösterilmektedir. Burada; U , ışık eğrisinin tutulmalar dışındaki ışık düzeyinin ortalama değeri; L , bir bileşenin ışıması; r , bir bileşenin (bileşenlerin merkezleri arası uzaklık cinsinden) kesirsel yarıçapı; i , yörünge eğikliği; θ , yörünge evre açısı ve Λ , belli bir evre aralığında sabit kalan ışık düzeyi olarak tanımlanır.



Şekil 1: Basit yaklaşımda bir çift sistem (yıldız + gezegeni vb.) ve ışık eğrisi (Budding ve Demircan 2007).

Gezegen geçişinin sağ-el dik koordinat sisteminin (x, y, z) başlangıcında olduğunu ve z eksenin bakış doğrultusunda olduğunu kabul edelim. Böylece, gezegenin koordinatları için;

$$x = \sin \theta$$

$$y = -\cos \theta \cos i$$

yazılır. Buradan, iki cismin merkezleri arasındaki uzaklığın gökyüzü küresi üzerindeki izdüşümü,

$$\delta^2 = \sin^2 \theta \sin^2 i + \cos^2 i \quad (3)$$

olarak bulunur. Yörünge evre açısı, basitçe, gezegenin yörünge dolanma dönemi P , geçiş orta zamanı t_0 ve herhangi bir zaman t

olmak üzere, $\theta = 2\pi(t - t_0)/P$ formülü kullanılarak hesaplanabilir.

Geçiş derinliği için, basitçe,

$$\Lambda_{tr} = \frac{L_{geciş\ dışı} - L_{geciş\ ortası}}{L_{geciş\ dışı}} = \frac{R_g^2}{R_*^2} \quad (4)$$

yazılır; burada, k yarıçaplar oranı,

$$k = \frac{R_g}{R_*} = \frac{r_g}{r_*} = \sqrt{\Lambda_{tr}} \quad (5)$$

olarak tanımlanır.

Eğer bileşenler arası ayrıklık, d , (örtülen) yıldızın kesirsel yarıçapı cinsinden $d = \delta/r_1$ olarak tanımlanırsa; gezegenin geçişi sırasında yıldızın kesirsel ışık kaybı, $\alpha = \alpha(u, k, d)$ olacaktır. Böylece, **küresel modelde ışık eğrisinin temel denklemi** için

$$I(\phi) = U - L_* \alpha(u, k, d(\phi)) \quad (6)$$

ifadesi yazılabilir (Budding ve Demircan, 2007). Bileşenler arası uzaklık d 'nin yörünge evresi ϕ 'ye bağlılığı, δ 'dan ve denklem (3)'ten kaynaklanmaktadır. Denklem (6)'daki α fonksiyonu için, Kopal (1959) tarafından tanımlanan, α -integralleri kullanılır.

WinFitter yazılımında, denklem (2) ile verilen temel yaklaşımda, gözlemsel ışık eğrisini fit etme fonksiyonunda, bozucu etkileri tanımlarken; tutulma (eclipse) dışı evrelerde, yakınlık etkileri, küresel yapıdan sapmalar ("**basıklık etkisi**") ve ışınimsal etkileşimler ("**yansıma etkisi**") olmak üzere iki kısımda ele alınır:

Basıklık etkisinde; çift sistemin bileşenlerinin "gel-git (tidal) + dönme (rotational)" kaynaklı küresel yapıdan sapmadan (elipsoit biçiminden) kaynaklanan ışık değişimleri, kenar kararmayı içermeyen $\Delta\mathcal{L}_0$ terimi ile kenar kararmayı içeren $\Delta\mathcal{L}_1$ teriminin lineer toplamı olarak kurgulanabilir (bkz. Budding ve ark. 2016b):

$$\Delta\mathcal{L}_0 = \left(2 + \frac{\Omega_{1z}}{4}\right) P_2(v)v_2/3 - \left(2 + \frac{\Omega_{1z}}{4}\right) P_2(\lambda)w_2 + \left(1 + \frac{\Omega_{1z}}{24}\right) P_4(\lambda)w_4/8$$

ve

$$\Delta\mathcal{L}_1 = \left(8 + \frac{4\Omega_{2z}}{5}\right) P_2(v)v_2/9 - \left(8 + \frac{4\Omega_{2z}}{5}\right) P_2(\lambda)w_2/3 - \left(3 + \frac{\Omega_{2z}}{6}\right) P_3(\lambda)w_3/2 \quad (7)$$

Sonuçta, tutulma dışında, elipsoit biçimden kaynaklanan ışık değişimi için, denklem, lineer toplamda, u kenar-kararma katsayısı olmak üzere:

$$\Delta\mathcal{L}_E = 3[(1 - u)\Delta\mathcal{L}_0 + u\Delta\mathcal{L}_1]/(3 - u) \quad (8)$$

ifadesi yazılır (Budding ve ark. 2016b). Burada Ω terimleri,

$$\Omega_{ij} = (1 + \eta_j)\tau_\lambda - j(i + 1) - 2 \quad (9)$$

ifadesiyle tanımlanır ki τ_λ çekim-kararma katsayısı, i kenar-kararma indeksidir (kenar-kararma olmadığında $i=0$, doğrusal/kosinüslü yasa için $i=1$, ikinci dereceden kosinüslü yasa için $i=2$ vb.) ve j ilgili küresel harmoniğin mertebesini göstermektedir. Legendre polinomları, $P_j(\lambda)$ ve $P_j(v)$, gel-git etkisi için $\lambda = \cos\phi \sin i$ ve dönme için $v = \cos i$ olarak alınır. Burada, ϕ , sistemin ortak kütle merkezine göre bileşenin yörünge evresidir. Öte yandan Clairaut denkleminin çözümünden gel-git etkisi için

$$w_j = (2j + 1)q\tau_1^{j+1}/(j + \eta_j) \quad (10)$$

ve dönme etkisi için

$$v_j = (2j + 1)(1 + q)\omega^2\tau_1^{j+1}/[(j + \eta_j)\omega_0^2] \quad (11)$$

terimleri bulunur ki; burada q bileşenlerin kütle oranı, η_j logaritmik yoğunluk ve ω bileşenin açısal dönme hızıdır (Budding ve ark. 2016b).

Yansıma etkisini ifade eden denklemi bulmak için benzer bir yol izlenir. Sonuçta, Budding (1974) ve Kopal (1959)'dan yararlanılarak, tutulma dışında, ikinci bileşenin yüzeyinden, birinci bileşenin ışınımından dolayı, yansıyan $\Delta\mathcal{L}_{R2}$ ışık miktarı için

$$\Delta\mathcal{L}_{R2} = E_2(\lambda, T)L_1 \left\{ r_2^2 \frac{2[(\pi - \theta)\cos\theta + \sin\theta]}{3\pi} + r_2^3 \frac{[3\cos^2\theta + 2\cos\theta - 1]}{8} + \frac{r_2^4 \cos^2\theta \sin\theta}{\pi} - \frac{r_1^2 r_2^2 \sin i}{\pi} \left(\pi - \frac{12[5 + (\pi - 5)u]}{5(3 - u)} \right) \right\} \quad (12)$$

ifadesi bulunur (Budding ve ark. 2016b). Burada $\theta = \cos^{-1}(\cos\phi \sin i)$ olarak tanımlanır ki; ϕ , bileşenin yörünge evresini ve i , yörünge eğikliğini göstermektedir. Denklem (12)'de verilen, λ dalgaboyuna ve T sıcaklığına bağlı olan, yansıtıcı yüzeyin ışınım katkısı, E_2 'nin açılımı,

$$E_2 = \frac{J(\lambda, T_2)T_1^4}{J(\lambda, T_1)T_2^4} \left(\frac{x_2 \psi}{4(1 - e^{-x_2})} \right) \quad (13)$$

olarak verilir (Budding ve ark. 2016b). Burada, $x_2 = hc/k\lambda T_2$ ile verilen Boltzmann-Planck terimini ve ψ , özellikle kenar-kararmasına bağlı bir fonksiyonu (yansıma/albedo katsayısı) göstermektedir. Görelce küçük ölçekli yansımalarda; $J(\lambda, T)$ akısı için, karacısım yaklaşımı altında, Planck fonksiyonu $B(\lambda, T)$ kullanılabilir.

Öte yandan, geometrik yansıma katsayısı (albedo), Barclay ve ark. (2012) tarafından aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır:

$$A_g = r_2^2 A_r. \quad (14)$$

Burada, denklem (12) kullanılarak, $A_r = \pi\Delta\mathcal{L}_{R2}/\phi_1$ şeklinde açılırsa, geometrik yansıma

$$A_g = \frac{2}{3}E_2(1 + \phi_n/\phi_1) \quad (15)$$

halini alır ki; ϕ_1 , denklem (12)'nin sağ tarafındaki ilk köşeli parantezin içindeki terimleri; ϕ_n , denklem (12)'de gerekirse ihmal edilebilen diğer terimlerin etkisini göstermektedir. Öte yandan, A_r tanımında paydasındaki ifadeyi, denklem (12)'nin sağ tarafındaki parantezin içerisindeki tüm ifadeye eşitlemek uygun olmaz. Aksi takdirde, $A_g \sim E_2$ olur ki; bu durum, yansıyan

ışığın ısısal ışınım gibi davrandığını gösterir. Aslında, bir gezegenin atmosferinde bulutlar ve benzeri ışık yansıtan faktörler gözönüne alındığında; geometrik yansımının büyük olması beklenir.

WinFitter yazılımı, yeterince duyarlı veri için, **Doppler (beaming) etkisini** de gözönüne alır. WinFitter, yıldızın kesirsel ışıması L_1 'de, yıldızın yörünge hareketinden dolayı meydana gelen değişim için (yani, Doppler far etkisi için) L_{D1} 'i

$$L_{D1} = L_1 \left(1 + \frac{B_1 v_{z1}}{c} \right) \quad (16)$$

olarak tanımlar ki; burada v_{z1} , yıldızın yörünge hızının bakış doğrultusundaki bileşeni (dikine hız bileşeni) ve c , ışık hızıdır. Akı-dalgaboyu dönüşüm faktörü B_1 için

$$B_1 = 1.4388 \left(\frac{\kappa}{\lambda T_1} \right) \left\{ \frac{1}{1 - e^{-\lambda T_1}} \right\} \quad (17)$$

ifadesi yazılır (Budding ve ark. 2016b). Burada κ yıldızın akı dağılımı vb etkilere bağlı bir çarpan, λ gözlemin yapıldığı etkin dalgaboyu, T_1 yıldızın etkin sıcaklığıdır. Örneğin tüm ışınım (bolometric radiation) için $\kappa = 4$ olur ki; bu değer küçük ölçekli Doppler far etkisi için kullanılması geçerli bir yaklaşımdır (Shporer ve ark. 2012). Yıldızın yörünge hızının bakış doğrultusundaki bileşeni (dikine hız bileşeni), v_{z1} ,

$$v_{z1} = \frac{qv_0(\sin \phi \sin i)}{(1+q)} \quad (18)$$

ifadesine eşit olur (Budding ve ark. 2016b) ki burada, q kütle oranını gösterir; çift sistemin Kepler yörünge hızı, $v_0 = 2\pi a/P$ ve dairesel yörünge yarıçapı, $a = (GM/P^2)^{1/3}$ ile verilir. Prensipten, Doppler etkisini gezegenin ışınım katkısı için de yazmak mümkündür; ancak değişimin katkısı ihmal edilecek denli çok küçük olduğu için burada gezegen için Doppler etkisi gözönüne alınmamıştır.

Sonuç olarak, WinFitter yazılımında, gözlemsel ışık eğrisini fit ederken, denklem (2) ile tanımlanan fit fonksiyonunda, sözü edilen tüm bozucu etkileri içeren düzeltme terimi, C , birinci bileşen (yıldız) için aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$C_1 = (E - \Delta E)L_{D1} + (R - \Delta R)L_{D2}B'_2 \quad (19)$$

Burada, E , denklem (8) ile verilen basıklık etkisini ve R , denklem (12) ile verilen yansıma etkisini göstermektedir. B'_2 , denklem (17)'ye benzeyen ancak birinci ve ikinci bileşenin sıcaklıklarına bağlı olan, akı-dalgaboyu dönüşüm çarpanıdır. Öte yandan ikinci bileşenin ışınım katkısı için de C_2 yazılabilir. ΔE ve ΔR terimleri, tutulma (eclipse) evreleri süresindeki basıklık ve yansıma etkilerini göstermektedir. ΔE ve ΔR terimlerini hesaplamak için, Kopal (1959) tarafından verilen, α -integralleri kullanılır.

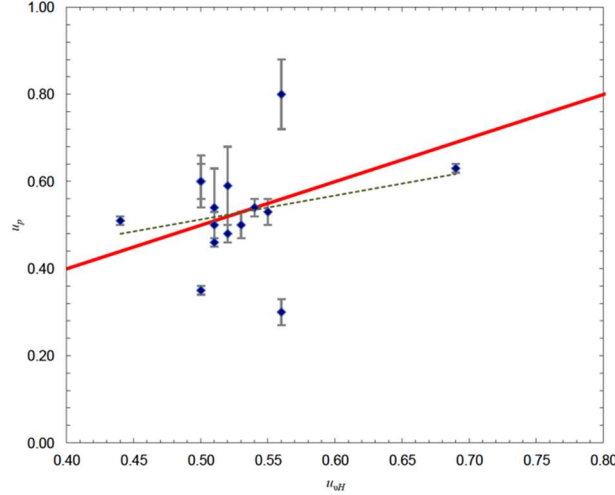
WinFitter'in uygulamasında, gezegen geçiş ışık eğrisi modellenirken 14 bağımsız parametre kullanılır: U , 1'e normalize edilmiş ışık eğrisinin tutulmalar dışındaki akı düzeyinin ortalama değeri, L_s , yıldızın kesirsel ışıması (L_s 'in genelde U 'ya yakın olması beklenir), $k = \frac{R_p}{R_s}$, gezegen yarıçapının yıldız yarıçapına oranı, u_s , yıldız için kenar-kararma katsayısı, $\Delta\phi_0$, evre kayması, r_s , yıldızın kesirsel yarıçapı, i , yıldız-gezegen sisteminin yörünge eğikliği, e , yıldız-gezegen sisteminin yörünge dışmerkezliği, M_0 , sıfır evredeki ortama ayrıklık açısı, $q = \frac{m_p}{m_s}$, gezegenin kütlelerinin yıldızın kütlelerine oranı, T_s , yıldızın etkin sıcaklığı, T_p , gezegenin yüzey sıcaklığı, λ_{eff} , gözlemin yapıldığı filtrenin etkin dalgaboyu ve E_p , gezegen için ışınım yansıma (albedo) katsayısı. WinFitter programı ile ötegezegenlerin geçiş ışık eğrileri analiz edilirken; iterasyonlarda genelde 6 parametre ($\Delta\phi_0$, U , r_s , k , i ve u) serbest bırakılır. Yukarıdaki parametrelerden 11. ve 12. parametreler aslında karacisim yaklaşımı altında cisimlerin çekim-kararma katsayılarını hesaplamak için kullanılır.

3. Yıldız Diskinin Kenar-Kararma Katsayısı

WinFitter programı çalıştırılırken; yıldız diski için kenar-kararma katsayısının hesaplanmasında Van Hamme (1993)'ün tablolarını kullanabilme olanağı vardır. Dar bant (narrow band) ve geniş bant (wide band) fotometri için filtre, yıldızın metal bolluğu, etkin sıcaklığı ve yüzey çekim ivmesinin logaritmik değeri girilerek seçilen kenar-kararma yasası için programda kullanılacak katsayılar hesaplanır.

Geçiş ışık eğrilerinde kenar-kararma etkisini tartışmak için en uygun gözlemler, yüksek duyarlılıklı uydu gözlemleridir. Bunun için Rhodes ve Budding (2014)'in çalışmasında kullanılan 16 Kepler ötegezegeninin geçiş ışık eğrileri ele alındı. Yapılan fitlerde kuramsal değerleri gözlemlerden elde edilen değerlerle karşılaştırabilmek için iterasyonlarda kenar-kararma katsayıları da serbest bırakılmıştır. Böylece lineer kenar-kararma katsayıları için; Şekil 2'de Van Hamme (1993)'ün tablolarından hesaplanan kuramsal değerler ile geçiş ışık eğrilerinin fitlerinden çıkarılan gözlemsel değerlerin karşılaştırması verilmektedir. Çoğu ötegezegeninin geçiş ışık eğrileri için gözlemsel kenar-kararma katsayı değerleri, kuramsal değerlere yakın çıkmıştır. Öte yandan Kepler-1b (KOI-1.01) ötegezegeninin geçiş ışık eğrisi için yıldızın kenar-kararma katsayısının kuramsal değeri 0.56 iken gözlemsel değeri 0.80 ± 0.08 olarak bulunmuştur. Kepler-1 sistemi, gezegenin etrafında dolandığı bir G0 yıldızından ve K4.5-K6 kırmızı cücesinden oluşmaktadır (Daemgen ve ark. 2009). Kuramsal ve gözlemsel kenar-kararma katsayıları arasında çıkan anormal yüksek fark, muhtemelen, gezegenin etrafında dolaştığı yıldızın 5800 K'den çok daha soğuk bir yıldız olabileceğini göstermektedir. Belki de bu farka yıldızlararası soğurma yol açmış olabilir. Kepler-448b (KOI 12.01)'in geçiş ışık eğrisinde ise Van Hamme (1993)'ün tablolarından hesaplanan kuramsal kenar-kararma katsayısı 0.50 sabit alınarak yapılan fitte kuramsal ışık eğrisi ile gözlemsel ışık eğrisi arasındaki farklar sistemik bir eğilim göstermiştir. İterasyonlarda kenar-kararma katsayısı da serbest bırakıldığında kenar-kararma katsayısı için bulunan gözlemsel değer $0.35 (\pm 0.01)$ 'te çözümde en iyi fit olmuş ve farklardaki eğilim ortadan kalkmıştır. Dolayısıyla, KOI-12'nin kuramsal kenar-kararma katsayısı hesaplanırken kullanılan NASA ötegezegen veri arşivinde bu ötegezegenin bağlı olduğu yıldızın etkin sıcaklığının muhtemelen yanlış tayin edildiği söylenebilir. Ya da, teorik ve gözlemsel kenar-kararma katsayıları arasında çıkan bu farka, Bourrier ve ark.

(2015)' in senaryolarına göre, KOI-12 ve KOI-12.01'nin bir yıldız+gezegen sistemi yerine aslında bir çift yıldız sistemi olmaları ya da KOI-12'den gelen ışığa, başka bir çift yıldızın ışığının karışması ya da KOI-12 ve KOI-12.01 bir çift yıldızdır ve gelen ışığına bir üçüncü yıldızın ışığının karışması neden olabilir.

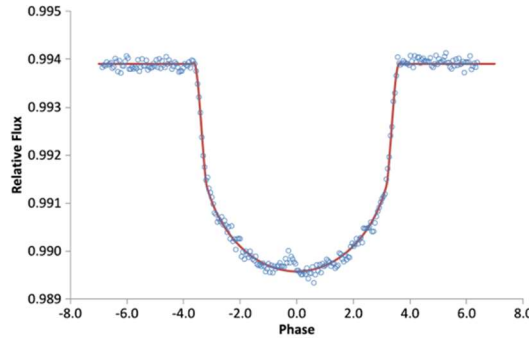


Şekil 2: Rhodes ve Budding (2014)'ün çalışmasında ele alınan 16 Kepler ötegezegenin geçiş ışık eğrilerinde kenar-kararma katsayıları için kullanılan kuramsal değerler ile gözlemsel değerlerin karşılaştırılması.

4. Yıldız Leke Etkisi

Ötegezegenlerin bağlı oldukları yıldızların %90'undan fazlası 6500 K'den daha soğuk yıldızlardır. Bu durumda, gezegenli ve konvektif zarflı olan bu yıldızlarda, manyetik etkinlik sonucunda ortaya çıkan soğuk leke etkilerini görmek mümkündür. Özellikle CoRoT ve Kepler ışık eğrilerinde yüksek duyarlık nedeniyle bu etkiler çalışmaya başlanmıştır. Güneş bakıldığında büyük güneş lekelerinin $\sim 4^\circ$ boyutlara kadar ulaştığı görülmektedir. Böyle bir leke $\Delta m \sim 0.005$ mag düzeyinde bir fotometrik değişim gösterir ki bu fotometrik düzey çoğu yer-tabanlı gözlemlerde kendini gösterebilecek sınıra çok yakındır. Kepler verisinde duyarlık sınırı ise $\Delta m \sim 0.0001$ mag olup bu değer $\sim 1^\circ$ boyutta bir lekeye karşılık gelir ki bu boyut aslında yerin güneşe göre boyutuyla hemen hemen aynıdır.

Yıldız lekesine ilişkin bir örnek Şekil 3'te verilmektedir. Burada Kepler-3 (KOI-3) sisteminde gezegen geçiş minimumunda bir soğuk yıldız lekesinin varlığı, özellikle fark eğrisinde 0° evrenin hemen altında kendini göstermiştir (Rhodes ve Budding 2014).



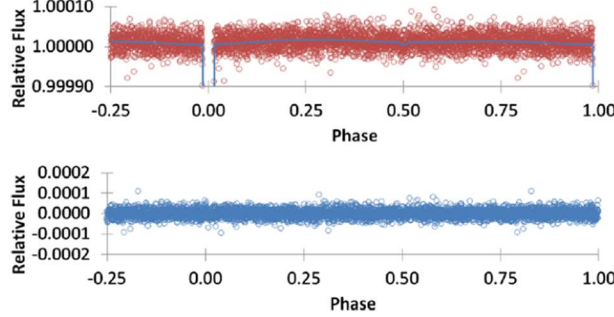
Şekil 3: Kepler-3b'nin geçiş ışık eğrisi ve WinFitter modeli (üstte). Burada, 0° evrenin hemen öncesinde leke etkisi açıkça görülmektedir (bkz. Rhodes ve Budding 2014).

5. Doppler Etkisi

Bir yıldız-gezegen sisteminde, örneğin yörünge hareketinden kaynaklanan Doppler etkisi yüzünden; yıldızın ölçülen akısının 0.25 yörünge evresinde (yani yıldız bize yaklaşırken, ışığı maviye kayarken) en büyük değerde olması, 0.75 evresinde (yani yıldız bizden uzaklaşırken, ışığı kırmızıya kayarken) en küçük değerde olması beklenir. Doppler etkisi, yıldızın kendi eksenini etrafında dönme hareketinde de kendisini gösterir: yıldızın gözlemciye yaklaşan yüzeyi, uzaklaşan yüzeyinden daha parlak gözükür. Buna **fotometrik Rossiter etkisi** denir. Sonuçta; evreye bağlı çizilen bir ışık eğrisinde, yalnızca Doppler etkisinin sinüzoidal bir değişimle kendisini belli etmesi beklenir.

Kepler-1 (KOI-1) sistemi, gezegenin etrafında dolandığı bir G0 yıldızından ve K4.5-K6 kırmızı cücesinden

oluşmaktadır (Daemgen ve ark. 2009). Şekil 4'te KOI-1'in Kepler verisine uygulanan WinFitter modeli gösterilmektedir. Maksimum ışık düzeyleri arasındaki asimetri için Doppler far etkisi ile elipsoidal biçim bozunması etkisi birlikte ele alınmıştır. Işık eğrisinde ikinci minimumda görülen küçük ışık azalmasında gezegenden yansıyan ışığın tutulması da modellenmiştir.



Şekil 4: KOI-1'in Kepler verisine uygulanan WinFitter modeli (Budding ve ark. 2016b). Maksimum ışık düzeyleri arasındaki asimetriyi dikkat ediniz.

5. Sonuçlar

-WinFitter yazılımında, yıldız-gezegen sistemleri için, gözlemsel ışık eğrisini fit etme fonksiyonunda, bozucu etkiler için, yakınlık etkileri olarak küresel yapıdan sapmalar ("basıklık etkisi") ve ışınımsal etkileşimler ("yansıma etkisi") üzerinde duruldu. WinFitter yazılımında, yeterince duyarlı veri için, "Doppler (beaming) etkisi" de gözönüne alındı. Bu çalışmada, kabul edilen ideal küresel modelden ΔL ışık değişimi, Barclay ve ark. (2012)'nin çalışmasında yapıldığına benzer biçimde, üç terimin katkısı olarak gözönüne alındı:

$$\Delta L = \Delta L_{E1} + \Delta L_{R2} + \Delta L_{D1} \quad (20)$$

-Burada, ΔL_{E1} , birinci bileşenin (yıldızın) dönmesinden ve çekimsel etkiden dolayı küresel biçiminin bozulmasından oluşan ışık değişimini; ΔL_{R2} , ikinci bileşenin (gezegenin) yüzeyinden, birinci bileşenin ışığından dolayı, yansıyan ışık miktarını ve ΔL_{D1} , birinci bileşene (yıldız) ilişkin Doppler etkisini göstermektedir. ΔL_{E1} , ΔL_{R2} ve ΔL_{D1} ışık değişimlerinin nasıl hesaplanabileceğine ilişkin denklemler, sırasıyla denklem (8), denklem (12) ve denklem (16)'da verilmiştir. Denklem (20)'deki ΔL terimleri, tutulma dışı evreler için geçerlidir; tutulma evrelerinde ΔL terimleri yerine $(\Delta - \delta)L$ terimleri yazılır ki burada δ , Δ ışık değişimlerinin tutulma olduğunda örtülen kısımlarını göstermektedir. Aslında, uygulamada, ΔL_{E1} ve ΔL_{R2} ışık değişimleri, gezegen geçiş evrelerinde, gözönüne alınamayacak denli çok küçüktür; ancak, ΔL_{R2} 'nin, gezegenin yüzeyinden yansıyan ışık değişimi olduğu için, özellikle gezegenin örtüldüğü evrelerde dikkate alınması gerekmektedir, dolayısıyla ΔL_{R2} , yıldız-gezegen sisteminin ışık eğrisinin ikinci minimum derinliğiyle doğru orantılıdır. Öte yandan, bu üç ışık değişimi, aynı zamanda, birbirinden bağımsız değildir. Örneğin, denklem (16)'ya göre, $\Delta L_{D1} = L_{D1} - L_1$ olmak üzere, Doppler etkisinin, denklem (18)'den görüleceği üzere, yörünge eğikliği dışında, yalnızca q kütle oranına bağlı olduğu görülebilir. Öte yandan, yapısal sabitler yüzünden biçim basıklığı (bileşenlerin elipsoidal biçimleri), q kütle oranını etkiler (bkz. denklem (10) ve denklem (11)) ve böylece parametreler arasındaki ilişki, ΔL terimlerinin birbirine bağımlı olmasını gerekli kılar.

6. Kaynaklar

- Anders, E., & Grevesse, N. 1989, Geochim. Cosmochim. Acta, 53, 197
Barclay, T., Huber, D., Rowe, J. F. ve 16 ortak yazar. 2012, ApJ, 761, 53
Barnes, J. W. 2011, AAS, ESS meeting #2, #24.02
Bevington, Philip R. 1969, "Data reduction and error analysis for the physical sciences", New York: McGraw-Hill.
Bourrier, V. ve 13 ortak yazar. 2015, A&A, 579, id.A55, 16 pp
Budding, E. 1974, Ap&SS, 29, 17-39
Budding, E., Najim, N. N. 1980, Ap&SS, 72, 369-396
Budding, E., Zeilik, M. 1987, ApJ, 319, 827-835
Budding, E., Demircan, O. 2007, "Introduction to Astronomical Photometry", Cambridge University Press, Cambridge observing handbooks for research astronomers, vol. 6., ISBN 0521847117
Budding, E., Püsküllü, Ç., Rhodes, M. D., Demircan, O., Erdem, A. 2016a, Ap&SS, 361, 17
Budding, E., Rhodes, M. D., Püsküllü, Ç., Ji, Y., Erdem, A., Banks, T. 2016b, Ap&SS, 361, 346
Daemgen, S., Hormuth, F., Brandner, W., Bergfors, C., Janson, M., Hippler, S., Henning, T. 2009, A&A, 498, 567-574
Kopal, Z. 1959, "Close Binary Systems", Chapman & Hall, London
Pressley, A. 2001, "Elementary Differential Geometry", Springer, Berlin
Püsküllü, Ç., Soyduğan, F., Erdem, A., Budding, E. 2017, NewA, 55, 39-47
Rhodes, M. D., Budding, E. 2014, Ap&SS, 351, 451-471
Shporer, A., Brown, T., Mazeh, T., Zucker, S. 2012, NewA, 17, 309-315
Van Hamme, W. 1993, AJ, 106, 2096-2117