



Genel Göreliliğin Modifikasyonları: Karanlık Madde ve Karanlık Enerji

Ali Nur Nurbaki^{1*}, Salvatore Capozziello², Cemsinan Deliduman³, A. Talât Saygıç⁴

¹İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.

²Universita di Napoli Federico II, Dipartimento di Scienze Fisiche, Napoli, Italy

³Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü.

⁴İstanbul Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, İstanbul, Türkiye.

Özet: Burada karanlık enerji ve karanlık madde bağlamında genel göreliliğin modifiye edilmesi esasına dayalı olan teoriler genel olarak tanıtılacak; motivasyon kaynakları, çalışma prensipleri, avantaj ve dezavantajlı yönleri incelenecek ve $f(T)$ teorisi için örnekler verilecektir.

Anahtar Kelimeler: karanlık madde, karanlık enerji, modifiye kütleçekimi, $f(T)$ teorisi.

Abstract: Here the theories based on modification of general relativity in the context of dark matter and dark energy will be introduced in general; motivation sources, proceeding principles, advantageous and disadvantageous aspects will be examined and examples will be given for $f(T)$ theory.

Key Words: dark matter, dark energy, modified gravity, $f(T)$ theory

1. Giriş

Genel görelilik teorisi (GG) ortaya atıldığı dönemden itibaren araştırmacıların odak merkezi haline gelmiştir. Hem Güneş Sistemi ölçeğinde hem de kozmolojik ölçekteki gözlemlere uzun süre uyum göstermiştir. Uzay-zamanın geometrisini enerji ve momentum dağılımına bağlayan 10 adet doğrusal olmayan, çiftlenimli kısmi diferansiyel denklemden ibaret olup çözümleri zordur.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (1)$$

Einstein tarafından ilk ortaya atıldığı zamanlarda, denklemlerin kozmolojik kabuller altında kararlı ve sabit bir Evren vermediği kanısından hareketle o zamanın kozmolojik kabullerine uygun olarak denklemlere bir kozmolojik sabit eklenmiştir.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2)$$

Bu haliyle denklemler artık sabit ve kararlı bir Evren öngörmektedir.

Hubble'ın 1929 gözlemleri sonucunda ortaya çıkan, Evren'in genişlemesi olgusu bu sabitin gereksiz olduğunu göstermiş ve Einstein'ın kariyerinin en büyük hatası olarak gördüğü bu genel göreliliğin ilk modifikasyonu başarısızlık, daha doğrusu gereksizlikle sonuçlanmıştır.

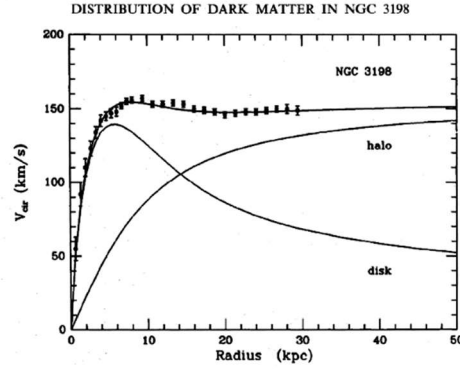
Kozmolojik sabit fikri Einstein'dan sonra da farklı motivasyonlar ile canlandırılrsa da genel olarak kabul görmemiştir. Bunun sebebi bu motivasyonların daha çok teorik kaynaklı olup, teorik camianın genel olarak denklemlerin sol tarafını doğru kabul etme eğiliminde olmasıdır.

Gözlemsel motivasyon ise çok sonraları 1999'da yapılan Tip Ia Süpernova (Tip Ia SN) gözlem sonuçlarından gelmiştir. Buna göre $z \sim 0.5$ mertebesindeki SN'lar beklenenden 0.25 kadar daha sönük gözlenmiştir. Bu ise yaklaşık 6 milyar ışık yılı uzaktaki süpernovaların beklediğimizden daha az kırmızıya kaydığını yani 6 milyar yıl önce Evren'in daha yavaş genişlediği, sonradan artan hızlarla genişlemekte olduğu sonucunu doğurmuştur. Bu şaşırtıcı sonuç, gözlem gruplarının liderlerine Nobel ödülü kazandırırken, bilim camiasının tam manası ile bir el alışkanlığı sonucu denklemlerin sol tarafına bir kozmolojik sabiti kondurulmuştur.

İkinci bir yaklaşım ise kozmik ivmelenmeye sebep olan olgunun denklemlerin sağ tarafına hal denklemi $w = -1$ olan bir "karanlık enerji" teriminin gerekli olduğu görüşüdür.

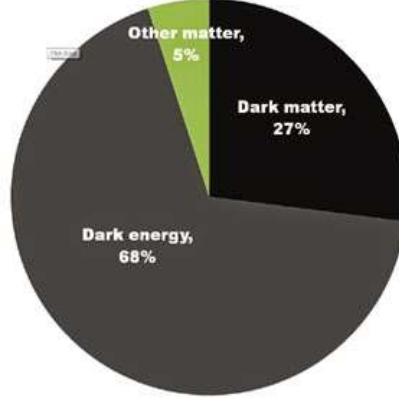
Bu iki yaklaşım arasındaki fark, teorinin, denklemlerin sol tarafına tekabül eden geometri kısmının mı eksik ya da yetersiz olduğu yoksa sağ tarafına tekabül eden enerji-momentum kısmının mı yetersiz tanımlanarak eksik gözlemediği şeklindeki yorum farkından kaynaklanmaktadır. Eğer denklemlerin geometrik (sol) tarafının doğru ve yeterli belirlendiği kabul edilecek olursa o zaman gözlemlerle olan uyumsuzluğun yeni madde-enerji formlarını işaret ettiği, Evren'in henüz gözleyemediğimiz egzotik enerji formlarına ev sahipliği yaptığı gibi bir sonuçla karşı karşıya kalınacaktır. Aynı durum karanlık madde kavramının ortaya atılmasında da yaşanmıştır. Galaksilerin dönüş eğrilerinin, gözlenen kütle dağılımıyla uyum göstermemesi (bkz. Şekil 1), galaksi küme gözlemlerinde beklenen dinamiklerin gözlenememesi gibi durumların bir ürünü olarak denklemlerin geometri kısmı doğru kabul edilmiş, gözlemlerle tutarlılığı için gözlenemeyen madde formları araştırılmaya başlanmıştır.

*Sorumlu Yazar E-Posta: ali.nurbaki@ogr.istanbul.edu.tr



Şekil 1: NGC 3198 galaksisine ait dönüş eğrisi. disk kısmındaki gözlenen madde dağılımına bakıldığında merkez noktasından yarıçapa bağlı olarak artması tümsek bölgeden sonra dönüş hızlarının düşmesi beklenmektedir. Oysa ki tümsek bölgesine kadar dönüş hızları beklendiği gibi artmakta ancak daha sonra sabit kalmaktadır. Dolayısı ile gözlenen dinamiği açıklayabilmek için halo bölgesinde gözlenememiş bir kütle dağılımı olduğu varsayılmaktadır. (<http://physicsanduniverse.com>)

Onlarca yıldır yapılan araştırmalar ve gözlemler neticesinde karanlık madde için bazı güçlü adaylar bulunsa da (WIMP, MACHO vb.) tesbit edilen gözlenememiş madde miktarı mevcut beklentilerin çok çok altında kalmaktadır.



Şekil 2: Evrende gözlenen madde-enerji dağılımı. Genel görelilik kuramının geometrik terimleri doğru kabul edildiği takdirde doğrudan gözlenebilen madde-enerji miktarı var olması gerekenin sadece ~%5'ine tekabül etmektedir. Bu durum genel göreliliğin olduğu gibi kabullenilmesi fikrine şüphe ile yaklaşılmasına neden olmaktadır. (scientificnutshell.com,2015)

Gerek karanlık madde arayışlarının beklenen sonuçları verememesi gerekse kozmik ivmelenme ve akabinde öne sürülen karanlık enerji, kozmolojik sabit gibi kavramların bazı çevrelerce çok tatmin edici bulunmaması, son yıllarda bir kısım araştırmacıyı GG teorisinde modifikasyon yapma yolunda motive etmiştir. Esasen GG modifikasyonu fikri karanlık madde ve karanlık enerji gibi motivasyonlardan önce hatta GG'in ortaya atıldığı yıllara kadar uzanmaktadır.

Bu erken dönem modifikasyonlarının en önemli motivasyonu tabiatın temel kuvvetlerini tek bir teoride birleştirme isteğidir. Genel göreliliği üç şekilde modifiye etmek mümkündür (Lovelock, 1971):

1. Lagrangian'a skaler alan(lar) eklemek (skaler-tensör teorileri)
2. Teoriye ekstra boyut(lar) eklemek (Kaluz-Klein tipi teoriler)
3. Lagrangian'a yüksek dereceden eğrilik terimleri eklemek. ($f(R)$, $f(R, T)$, $f(G)$, vs)

2. $f(R)$ Teorisi, Karanlık Madde/Karanlık Enerji

Bu çalışmada Lagrangian'a yüksek dereceden eğrilik terimlerinin eklendiği teoriler üzerinde durulacaktır. Bilindiği üzere GG teorisinin Lagrangian'ı sadece Ricci invariantsından ibarettir. Bu, teorinin minimal çiftlenim ön kabulünün bir gereğidir. GG'yi daha genel formlara dönüştürerek modifiye etme fikri, minimal çiftlenim fikrine tercih edilebilir. Dolayısı ile Lagrangian yazarken Ricci invariantsı yerine onun genel bir fonksiyonu $f(R)$ yazılarak daha genel bir kütleçekimi teorisi elde etmek mümkündür. Bu genelleme fikri Ricci invariantsı R 'nin yerine burulma skaleri T , Gauss-Bonnet invariantsı G gibi başka geometrik invariantsların fonksiyonları $f(T)$, $f(G)$ ile bunların karma şekilde kullanıldığı birleşik fonksiyonel formlar ($f(R, G)$ vb) kullanılarak daha da genişletilebilir. Bu şekilde Lagrangian yazılarak alan denklemleri elde edilirken bazı kriterlerin sağlanması hayati önem taşımaktadır. Buna göre GG'in sağlıklı bir modifikasyonu;

- Doğru kozmolojik dinamikleri öngörmeli,
- Kararsızlık ve hayalet alanları olmamalı,
- Newtonian ve post-Newtonian limitinde gözlemlerle uyumlu olmalı,
- Cauchy problemi iyi tanımlanmış olmalıdır.

$f(R)$ olarak ifade edilen teori grubunu da farklı türlerde incelemek mümkündür. Burada temel farklılık Lagrangian'dan alan denklemlerinin türetileceği dinamik değişkenlerin belirlenmesindedir. $f(R)$ teorileri; metrik tensörün dinamik değişken kabul edildiği $f(R)$, metrik tensör ve bağlantı'nın (connection) bağımsız dinamik değişken olduğu Palatini $f(R)$, metrik afin $f(R)$ gibi alt gruplara ayrılmaktadır. Burada yaygın kullanıma sahip metrik $f(R)$ teorisinden bahsedilecektir. Genel eylem integrali

$$S_{met} = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_M \quad (3)$$

olmak üzere bu şekilde yazılan eylem integralinden türetilen alan denklemleri şu şekilde olacaktır:

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - [\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square] f'(R) = \kappa T_{\mu\nu} \quad (4)$$

Bu denklemleri klasik Einstein denklemleri cinsinden ifade etmek mümkündür (Capozziello ve ark., 2007),

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = T_{\alpha\beta}^{curv} + T_{\alpha\beta}^M / f'(R) \quad (5)$$

Bu durumda enerji-stres tensörünün; madde alanları ve eğrilik etkileri şeklinde iki parça olarak ifade edilebildiği görülmektedir. Böylelikle eğrilik etkileri kaynaklı enerji-stres tensörü;

$$T_{\alpha\beta}^{curv} = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2}g_{\alpha\beta} [f(R) - Rf'(R)] + f'(R);{}^{\mu\nu} (g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu}) \right\} \quad (6)$$

şeklinde tanımlanacaktır.

Bu yapının kozmolojik ölçekteki öngörülerini görmek için enerji yoğunluğu ve hal denklemi geometrik bileşenler cinsinden;

$$\rho_{curv} = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2} [f(R) - Rf'(R)] - 3H\dot{R}f''(R) \right\} \quad (7)$$

$$w_{curv} = -1 + \frac{\ddot{R}f''(R) + \dot{R} [\dot{R}f'''(R) - Hf''(R)]}{[f(R) - Rf'(R)]/2 - 3H\dot{R}f''(R)}$$

şeklinde ifade edilir.

Buraya kadar gelinen noktada genel $f(R)$ teorisinde elde edilen alan denklemlerinde Einstein tensörü sol tarafta yalnız bırakılarak geri kalan tüm terimler (bazı eğrilik terimleri dahil) kaynak terimleri olarak denklemlerin sağ tarafına geçirilmiş, karanlık enerjiyi eğrilik terimleri ile ifade etmek adına eğrilik kaynaklı enerji yoğunluğu ve hal denklemi elde edilmiştir.

Kozmolojik ölçekte eğrilik kaynaklı karanlık enerji terimlerinin Tip Ia SN gözlem verileri ile uyum gösterebilmesi için $f(R) = f_0 R^n$ durumu için $1.366 < n < 1.376$ aralığı elde edilmiştir (Capozziello ve ark., 2003).

Diğer yandan bu yapının astrofiziksel ölçekteki öngörülere de ilgi çekicidir. (6) ile verilen eğrilik enerji-stres tensörünün karanlık madde gözlemleri ile nasıl bir uyum göstereceği önemlidir. Astrofiziksel ölçekte $f(R) = f_0 R^n$ için Newton potansiyelinin modifiye edilmiş hali

$$\Phi(r) = -\frac{Gm}{r} \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^\beta \right] \quad (8)$$

$$\beta = \frac{12n^2 - 7n - 1 - \sqrt{36n^4 + 12n^3 - 83n^2 + 50n + 1}}{6n^2 + 4n - 2}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Galaksi dönüş eğrilerinden elde edilen en iyi fit değeri $1.34 < n < 2.41$ aralığındadır (Capozziello ve ark., 2007). Böylece astrofiziksel ölçek için elde edilen aralık ile kozmolojik ölçek için elde edilen aralığın örtüştüğü görülmektedir.

3. Weyl Kütleçekimi ve Karanlık Madde

GG'i yüksek eğrilik terimleri ile modifiye etmek için Weyl tensöründen türetilen eğrilik invaryantlarını kullanmak da mümkündür. Bu durum için önerilen Lagrangian;

$$S = \frac{M_P^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + 2\tilde{\alpha} C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma}] \quad (9)$$

şeklinde (Deliduman ve ark., 2015). Galaktik dönüş eğrilerine ait verilere bakıldığında tümsek bölgenin tamamlandığı bölgeye kadar Einstein-Hilbert terimlerinin olağan dinamiği sağlayacağı, bu noktadan sonra ise ölçek bağımsız dinamiğin karanlık madde olmaksızın Weyl terimlerinin $r = 2.2r_0$ 'dan itibaren baskın gelmesi ile mümkün olabildiği gösterilmiştir (Deliduman ve ark., 2015).

4. Genel Göreliliğin Teleparalel Eşdeğeri ve $f(T)$ Teorisi

Genel Göreliliğin Teleparalel Eşdeğeri (GGTE) Einstein tarafından elektromanyetizma ve kütleçekimin bir birleşik teorisine taban oluşturması amacı ile ortaya atılmış bir teoridir. Teorinin temel dinamik değişkeni metrik tensor değil eğriliksiz ancak burulmalı tetradlardır. Uzak paralelleştirme esasına dayalı olup eylem integrali

$$\mathcal{L} = T \equiv \frac{1}{4} T^{\rho\mu\nu} T_{\rho\mu\nu} + \frac{1}{2} T^{\rho\mu\nu} T_{\nu\mu\rho} - T_{\rho\mu}{}^{\rho} T^{\nu\mu}{}_{\nu}$$

(10)

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x e (T + \mathcal{L}_m)$$

şeklinde ifade edilir. GG eylem integrali ile farkı bir 4-diverjans terimidir ki; bu da bir lokal Lorentz dönüşümüne tekabül eder. Bu durum iki teorinin eşdeğer olduğu anlamına gelir.

$$-e R[e_a] = e T - 2 \partial_\rho (e T^{\mu\rho}) \quad (11)$$

GG için modifikasyon bağlamında daha genel fonksiyonel formlar göz önüne alındığında GG ile GGTE teorileri arasındaki eşdeğerlik $f(R)$ ile $f(T)$ arasında yoktur.

$$e f(T) \rightarrow e f(T + \text{four-divergence}) \quad (12)$$

Bunun yanında $f(T)$ teorisinde lokal Lorentz invariansı yoktur. Alan denklemleri şu şekildedir:

$$4 e^{-1} \partial_\mu (e e_a^\lambda S_\lambda{}^{\mu\nu} f'(T)) + 4 e_a^\lambda T^\rho{}_{\mu\lambda} S_\rho{}^{\mu\nu} f'(T) - e_a^\nu f(T) = -2\kappa e_a^\lambda T_\lambda{}^\nu \quad (13)$$

$f(T)$ teorisi ilk olarak erken Evren enflasyonuna açıklama getirmek üzere ortaya atılmış (Ferraro ve Fiorini, 2007), daha sonra kozmik ivmelenmeyi de açıklayabildiği ortaya çıkmış (Linder, 2010), kısa zaman sonra galaktik dönme eğrilerinin karanlık madde olmaksızın açıklanmasında kullanılmış (Rahaman ve ark., 2013) böylece modifiye edilmiş kütleçekimi çalışılan camiada popülerite kazanmıştır.

Denklemlerinin 2. dereceden olması gibi bir avantajın yanında lokal Lorentz invariansın olmayışı $f(T)$ teorisi için bir dezavantaj teşkil etmektedir.

5. Sonuç ve Tartışma

-Genel göreliliğin modifiye edilmesi fikri bugün büyük oranda gözlemsel motivasyonlara dayanmaktadır. $f(T)$ teorisi ile $f(R)$, Weyl teorisi gibi yüksek eğrilik terimleri içeren teorilerin bu gözlem verilerine uyum gösterebildiği açıktır. Bu da gerek karanlık madde gerekse karanlık enerji gibi ekzotik madde-enerji formları araştırmak yerine geometrinin modifiye edilmesi fikrine rağbetin gün geçtikçe artmasına neden olmaktadır.

$f(R)$, $f(T)$ ve benzeri teorilerin en önemli eksiği fonksiyonel formun belirsiz olmasıdır. Dolayısıyla teorik gerekliliklerle belirlenmeyen fonksiyonel form bir şekilde gözlemlerle belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu durum mevcut teorik yapının zayıf kalmasına neden olmaktadır.

6. Kaynaklar

- Capozziello, S., De Laurentis, M., 2011, Physics Reports, 509, 167.
Capozziello, S., V. F. Cardone, S. Carloni, A. Troisi, 2003, Int.J.Mod.Phys. D12 (2003) 1969-1982
Capozziello, S., V.F. Cardone, A. Troisi, 2007, New Astronomy Reviews, Vol 51, p341-345
Deliduman C., Kaşıkçı, O., Yapışkan, B., 2015, arXiv:1511.07731 [gr-qc]
Ferraro, R., Fiorini, F., 2007, Phys.Rev. D75 (2007) 084031
Linder, E.V., 2010, Phys.Rev. D81 (2010) 127301
Rahaman, F., Biswas, R., Fatima, H. I., Islam, N., 2014, Int. J. Theor. Phys. 53, 370.